カシミール効果とエントロピー：格子模型による検討と、量子計算の機構への応用

作成日：2026年11月13日

本書は二部からなる。第一部（1〜12 節）は、カシミール効果、エントロピー、粒子の統計、熱力学第三法則の関係を格子模型で調べた記録である。第二部（13〜24 節）は、その結果をもとに、動的カシミール効果を使った演算装置を構成できるかを検討した記録である。節と図の番号は通しで付けている。

目次

第一部　カシミール効果とエントロピー

- 1. 出発点
- 1. 統一的な見方
- 1. 格子ピストン模型
- 1. ドルーデ型の散逸と $n = 0$ 項
- 1. 壁をフェルミオンで作る
- 1. カシミール・エントロピーの符号と統計
- 1. ネルンストの定理：熱力学の問題か、モデルの問題か
- 1. 壁を超伝導にする
- 1. ボルツマン定数の役割
- 1. 動的カシミール効果とウンルー温度
- 1. 仮説と結果の対応
- 1. 限界と未解決の点

第二部　動的カシミール効果を使った量子計算の機構

- 1. 出発点：使える資源
- 1. もつれの生成率
- 1. 損失と温度の条件
- 1. 素材の評価
- 1. 二つの構成案
- 1. クラスター状態の一括生成
- 1. 拡張性
- 1. 非ガウス型の要素
- 1. 誤り訂正の見積もり
- 1. 案A と案B の対比
- 1. 全体の評価
- 1. 限界

0. 要約

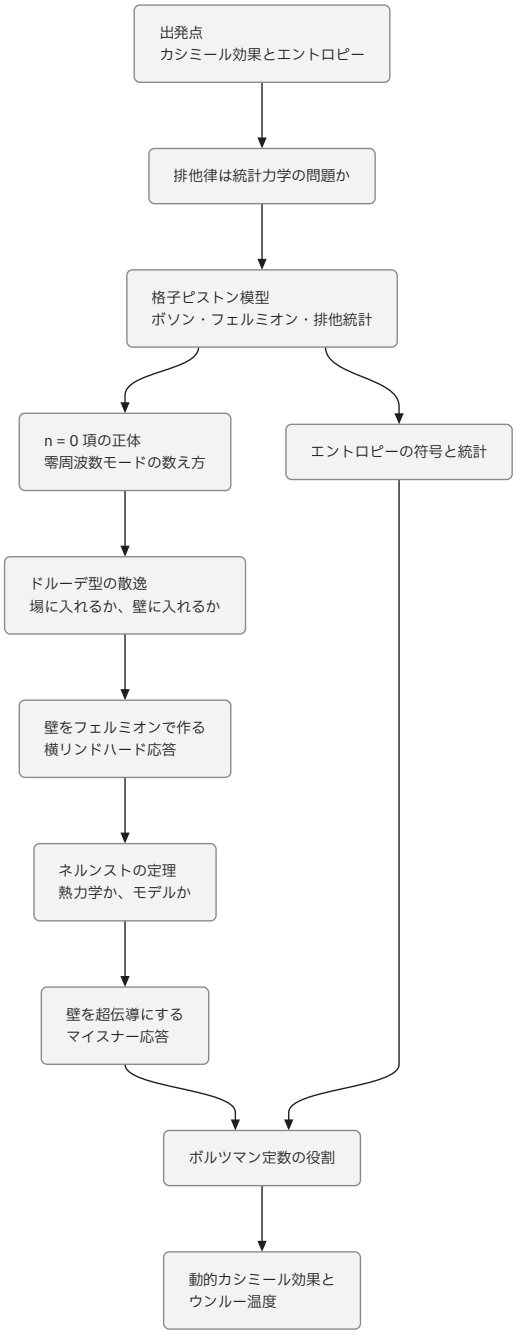
0.1 第一部の要約

1次元格子のピストン模型を足場にして、カシミール効果、エントロピー、粒子の統計（排他律）、熱力学第三法則の関係を順に調べた。主な結論は次のとおりである。

1. カシミール効果は「ゆらぐ自由度を境界が制約し、状態の数え方が変わる」現象として統一的に扱える。真空のカシミール力、フェルミ縮退圧、熱的なエントロピー力は、一つの大正準ポテンシャルの異なる極限である。
2. ボソンの真空とフェルミの海のカシミール・エネルギーは、同じベルヌーイ多項式の法則 $E_C = (\pi v/2d)\, B_2(\varphi)$ に従う。違いは位相 φ だけである。
3. 長距離のエントロピー力（松原和の $n = 0$ 項）は、「零周波数のモードを壁が拘束し、かつそのモードの占有に上限がない」ことから生じる。

4. ドルーデ型とプラズマ型は、同じ応答関数の二つの極限（$q \to 0$ と $\xi \to 0$ の順序）である。ネルンストの定理の破れは熱力学の問題ではなく、局所ドルーデ型で緩和率を 0 にする極限に固有の、モデルの問題である。
5. 壁を強結合フェルミオンで作り、応答を横リンドハード関数から求めると、完全結晶でも定理は成り立つ。
6. プラズマ型の振る舞いは、壁が超伝導（マイスナー応答あり）のときにだけ現れる。
7. ボルツマン定数は数え上げを温度とエネルギーに換算する係数であり、有限温度の効果は「虚時間方向のカシミール効果」と読める。
8. 真空を半分に切ると、熱浴なしに局所温度 $T(x) = \hbar v / (2\pi k_B x)$（ウンルー温度）が現れる。

当初の仮説のうち、いくつかは計算で否定された。その記録は 11 節にまとめた。

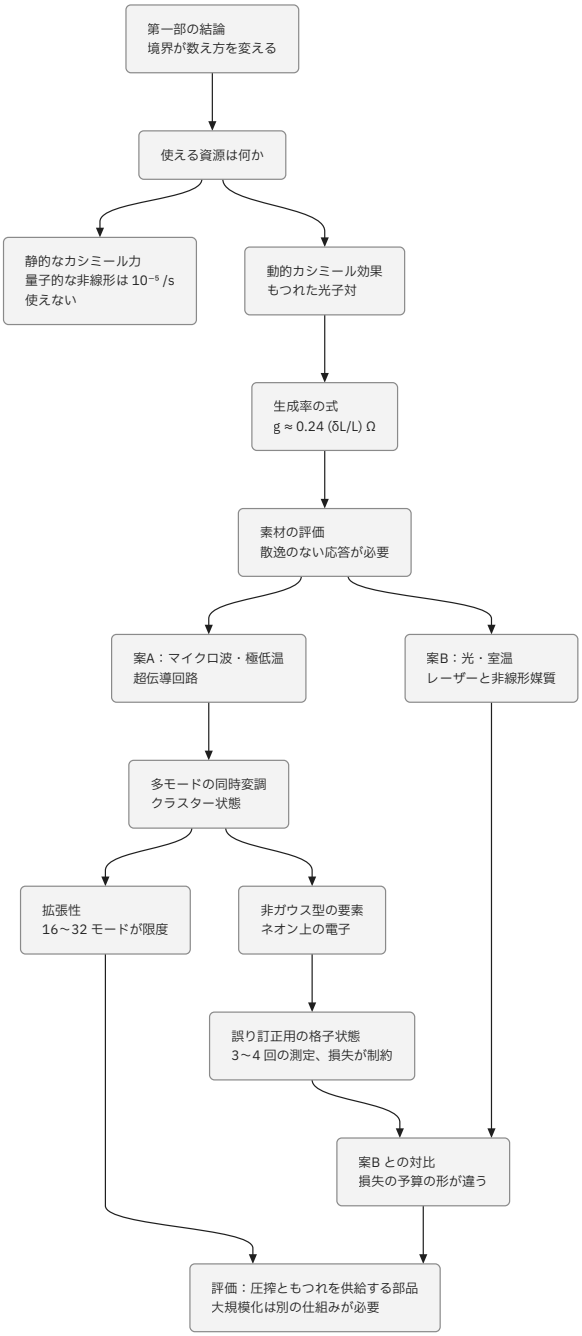


0.2 第二部の要約

第一部で得た「境界が場のモードの数え方を変える」という見方を、演算装置の構成に使えるかを検討した。結論は次のとおりである。

1. 静的なカシミール力は量子ビットにも量子的な非線形素子にもならない。使えるのは動的な側面、つまり境界条件の時間変化による光子対の生成（動的カシミール効果）である。
2. 生成率は $g \approx (\sqrt{2}/6)(\delta L / L)\,\Omega$ で決まる。機械的に動く鏡では桁が足りず、境界条件を電気的に変えられる超伝導回路が必要である。
3. 境界に求められる性質は「散逸なしに応答すること」であり、これは第一部で調べたプラズマ型の応答、すなわち超伝導体の性質そのものである。
4. 一つの共振器の境界を複数の振動数で同時に変調すると、クラスター状態を一度の駆動で作れる。4 モード、8 モード、16 モードで、理想値から 0.2 dB 以内になることを計算で確かめた。

5. ただし、狙った対を選び分けるための離調は $N^2 \log N$ に反比例して狭くなる。一つの共振器で扱えるのは 16〜32 モード程度である。
6. 非ガウス型の要素として、固体ネオン上の電子で光子を　1　個引き抜く方法が時間の面では成り立つ。制約になるのは共振器の寿命で、Q 値は 10^6 程度が必要である。
7. 誤り訂正に使える格子状態（GKP 状態）は、圧搾状態から出発すれば 3〜4 回の測定で作れる。厳しいのは回数ではなく損失で、1 回あたり 0.5〜1.7% が上限である。
8. 光の方式（案B）では、損失の予算は光源から検出までの合計で 2〜8% になる。状態の質は案A の系統が、規模と集積は案B が先行している。
9. 動的カシミール効果は演算装置の本体ではなく、既存の超伝導の方式に圧搾ともつれを高速に供給する部品として位置づけるのが妥当である。
10. 個々の要素は実験で示されているが、統合は未実証である。



第一部　カシミール効果とエントロピー

1. 出発点

1.1 零温度と有限温度

理想導体の平行平板（面積 A、間隔 d）の零温度のカシミール・エネルギーは

$$E(d) = -\frac{\pi^2 \hbar c A}{720\, d^3}$$

で、エントロピーは現れない。有限温度では自由エネルギー $F(d,T)$ を考え、カシミール・エントロピーを

$$S(d,T) = -\frac{\partial F}{\partial T}$$

で定義する。これは境界がある場合とない場合の差として定義された量である。

1.2 高温極限はエントロピー力

高温では松原和の $n=0$ 項が支配的になり、

$$F \simeq -\frac{\zeta(3)\, k_B T A}{8\pi d^2}$$

となる。$\hbar$ も c も含まない。力の起源は、距離に応じて零点エネルギーからエントロピーへ切り替わる。

1.3 争点

実際の金属の低周波の応答をどうモデル化するかで結論が分かれる。

- ドルーデ型（散逸あり）：完全結晶では $T \to 0$ でカシミール・エントロピーが負の定数に近づき、第三法則に反するように見える。
- プラズマ型（散逸なし）：定理は満たすが、実在する緩和を無視している。
- 精密測定の多くはプラズマ型と整合し、ドルーデ型を排除するとされている。

2. 統一的な見方

> ゆらいでいる自由度を境界で制約すると、状態の数え方が変わり、自由エネルギーが境界の位置に依存する。

箱の中の場の大正準ポテンシャルを

$$\Omega(d,T,\mu) = \sum_k \left[\pm \tfrac{1}{2}\hbar\omega_k \pm k_B T \ln\!\left(1 \mp e^{-(\varepsilon_k - \mu)/k_B T}\right) \right]$$

と書くと（上の符号がボソン、下がフェルミオン）、次の三つが同じ式の極限として現れる。

現象	主な寄与	$T \to 0$	高温
真空のカシミール力	零点項	エネルギーによる力	エントロピー力
フェルミ縮退圧	占有されたモード（$\mu > 0$）	エネルギーによる力	古典気体の圧力
臨界カシミール力	熱ゆらぎ	なし	エントロピー力

排他律については、スピン統計定理、配置空間のトポロジー、ハルデインの排他統計（$\Delta d = -g\,\Delta N$）という三段階の説明がある。統計力学だけから排他律を導くことはできず、数え方の公理として位置づけられる。

LIZARD LLC

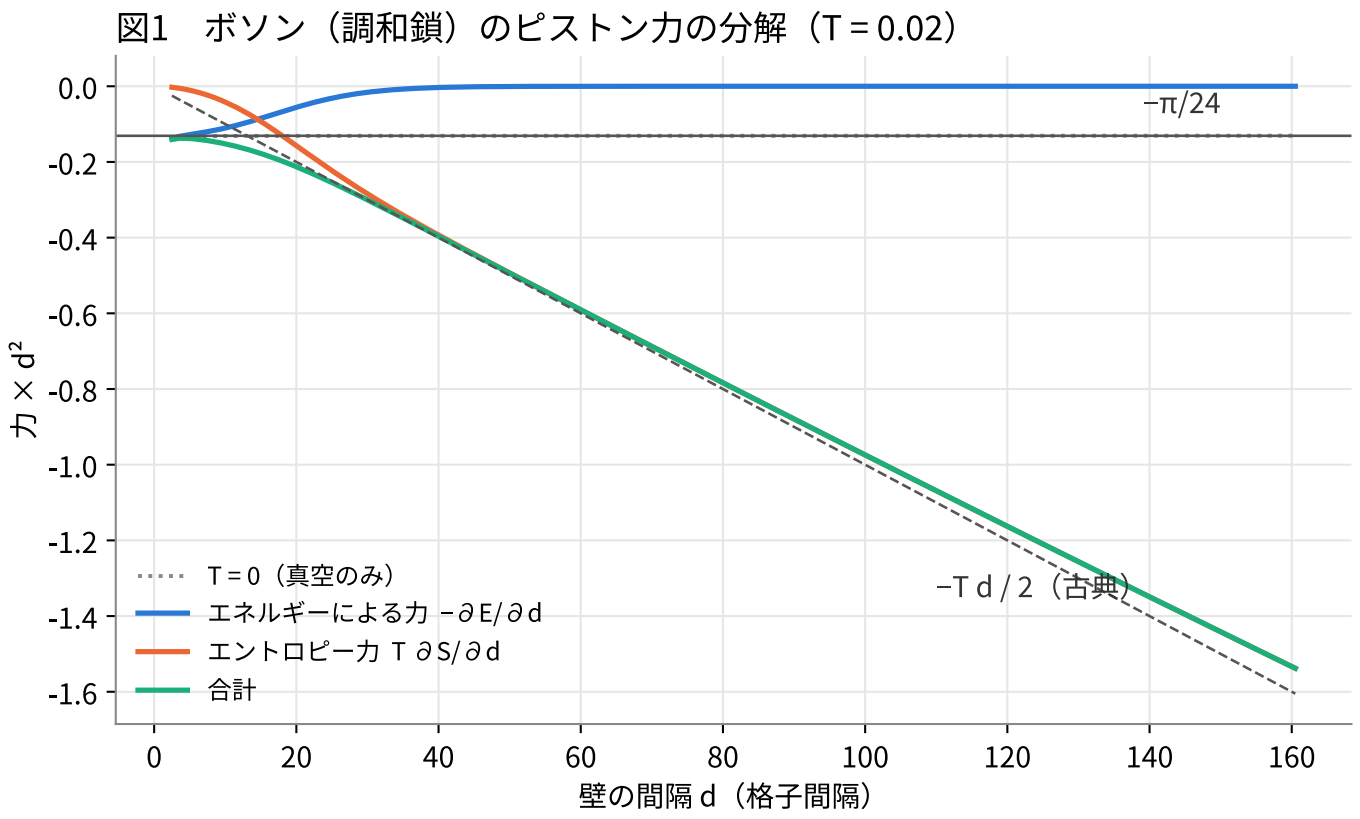
3. 格子ピストン模型

3.1 設定

全長 $M = 4001$ サイトの鎖を可動壁で二つに分ける。体積項と表面項が厳密に打ち消し合うので、発散の引き算が要らない。単位は $\hbar = k_B =$ 格子間隔 $= 1$。

- ボソン：調和鎖、$\omega(q) = 2\sin(q/2)$、音速 $v = 1$
- フェルミオン：強結合鎖、$\varepsilon(q) = -2\cos q$、化学ポテンシャル μ を固定
- 中間統計：ハルデイン＝呉の分布 $w^g(1+w)^{1-g} = e^{(\varepsilon-\mu)/T}$、$n = 1/(w+g)$

3.2 ボソン：エネルギーによる力からエントロピー力へ



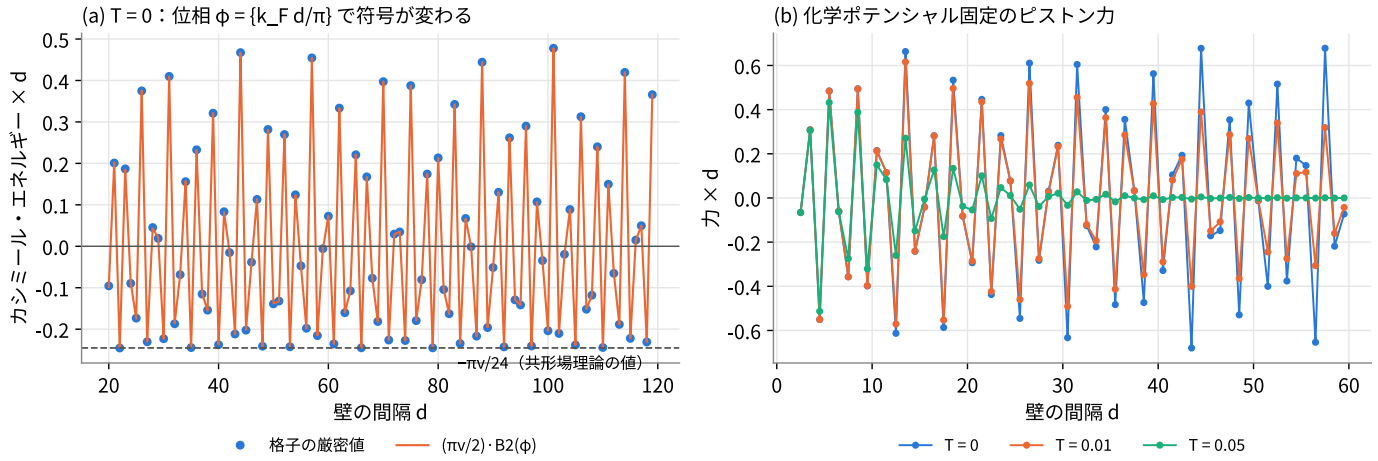
- $T = 0$ で力 $\times d^2 = -0.1308$（$d = 120$）。連続極限の $-\pi/24 = -0.1309$ と一致する。
- 有限温度では、$d \gtrsim 1/T$ でエネルギーによる力が消え、エントロピー力 $-T/(2d)$ が残る。
- 古典極限は厳密に解ける。$\prod_k 2\sin\left(\frac{k\pi}{2d}\right) = \sqrt{d}$ から

$$S_C = -\tfrac{1}{2}\ln d + \text{const}$$

で、$\hbar$ を含まない。

3.3 フェルミオン：符号は位相で決まる

図2　フェルミオン（強結合鎖、μ = -0.7、k_F/π = 0.386）



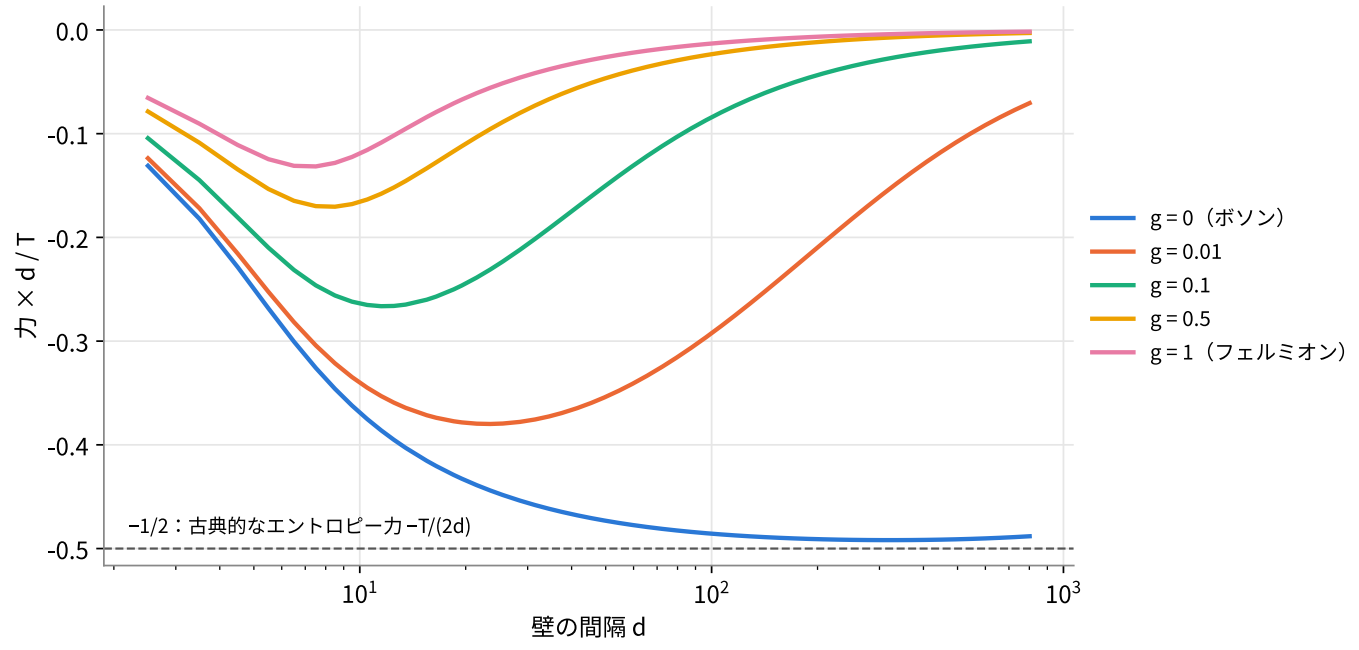
μ を固定したフェルミの海のカシミール・エネルギーは、格子の厳密計算と相対誤差 10^{-4} 以下で次の式に一致した。

$$E_C(d) = \frac{\pi v}{2d}\, B_2(\varphi), \qquad \varphi = \left\{ \frac{k_F d}{\pi} \right\}, \qquad B_2(x) = x^2 - x + \tfrac{1}{6}$$

- E_C は $-\pi v/(24d)$ から $+\pi v/(12d)$ の間を振れ、φ について平均すると 0 になる。
- ボソンの真空の $-\pi/24$ は、同じ式で $\varphi = 1/2$ とおいた値である。
- 有限温度では、振動は $2\pi T d/v$ が数程度になると消え、$1/d$ のエントロピー力の尾は現れない。

3.4 排他統計による補間

図3　排他統計 g による熱カシミール力の補間（T = 0.1、零点項なし）



$g = 0$（ボソン）にある長距離のエントロピー力は、$g > 0$ ではどれほど小さい g でも遠距離で消える。長距離のエントロピー力は、$\omega \to 0$ のモードに粒子を無制限に詰め込めることから来ている。

4. ドルーデ型の散逸と $n = 0$ 項

散逸の入れ方を二通り調べた。松原表示で自由エネルギーは $F = T\sum_{n\geq 0}{}' f(\xi_n)$、$\xi_n = 2\pi n T$ である。

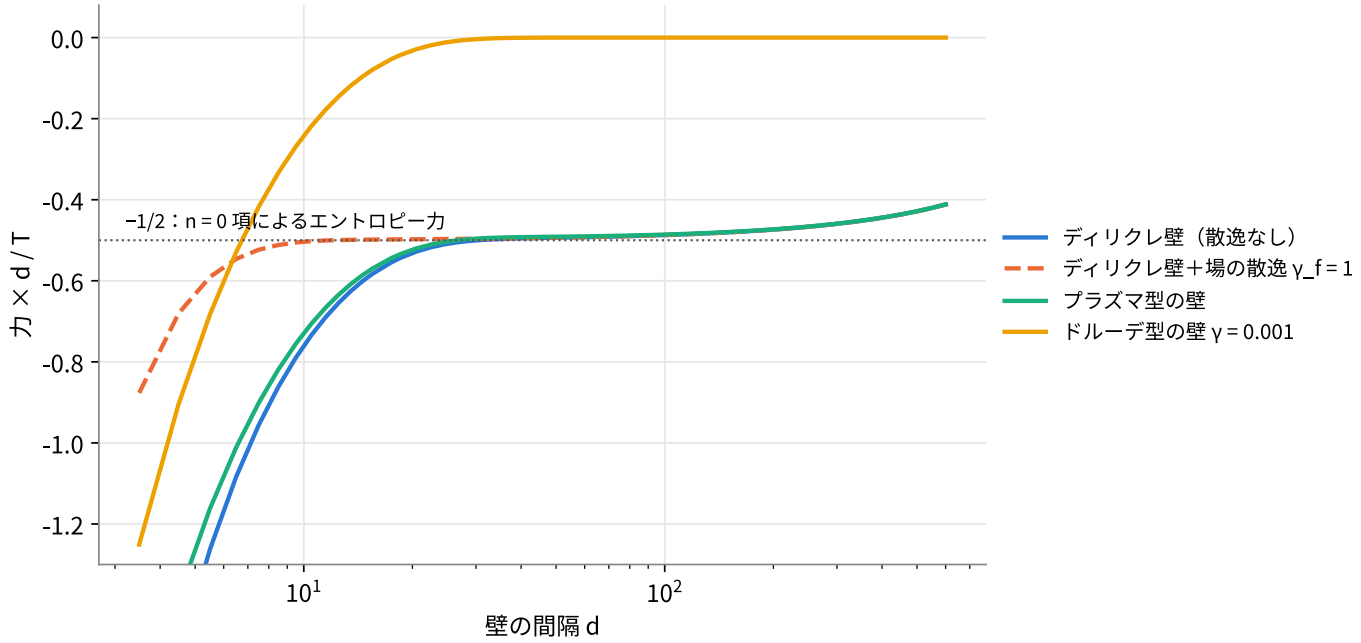
- (A) 場のモードに入れる：$\xi^2 \to \xi^2 + \gamma\xi$。壁は完全反射。

- (B) 壁の応答に入れる：壁を 1 サイトのポテンシャル $V(\xi)$ で表す。

$$V_{\text{プラズマ}} = \omega_p^2, \qquad V_{\text{ドルーデ}}(\xi) = \omega_p^2 \frac{\xi}{\xi + \gamma}$$

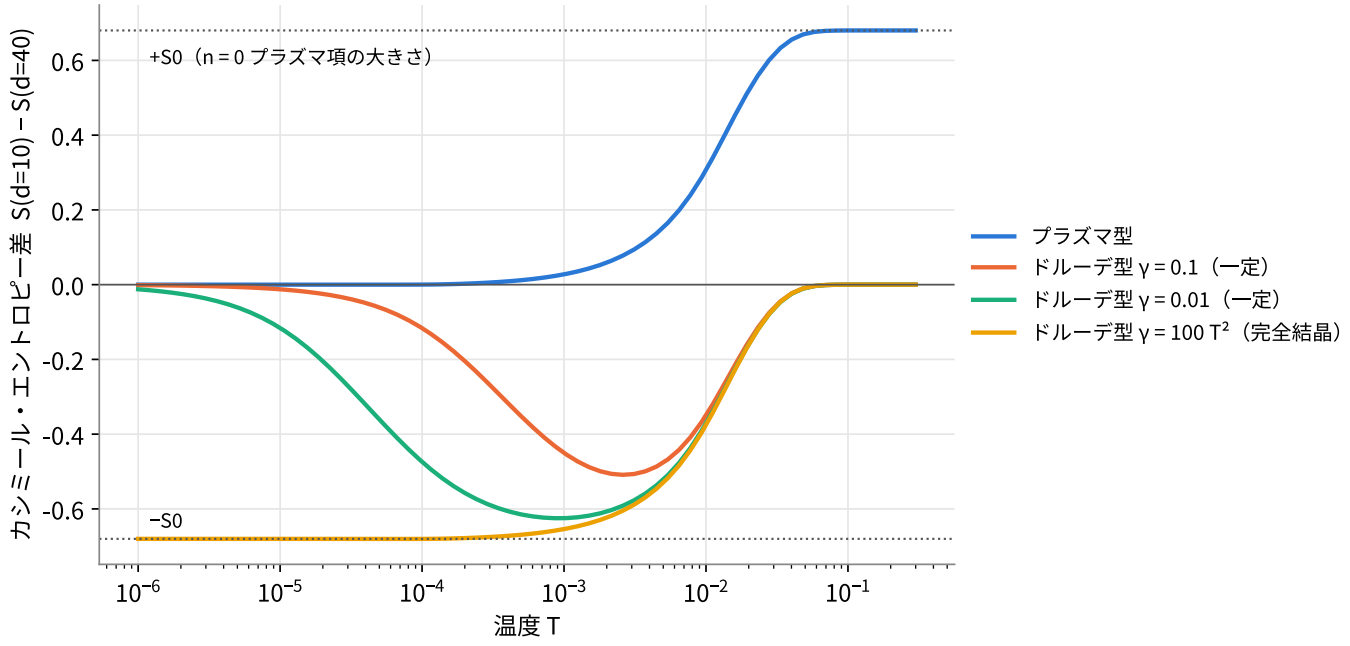
これは電磁場の TE モードの $\xi^2(\varepsilon(i\xi) - 1)$ に相当する。

図4　散逸の入れ方とピストン力（T = 0.02）



- (A) では $n = 0$ 項は厳密に変わらない（$\xi = 0$ で $\gamma\xi$ が消える）。古典的な配置の数え方は散逸に依存しない。
- (B) のドルーデ型では $V(0) = 0$ となり、壁は零周波数モードに対して透明になる。長距離のエントロピー力は γ の大きさによらず消える。

図5　T → 0 でのカシミール・エントロピー：ネルンストの定理の検証



距離 10 と 40 のエントロピー差（$S_0 = 0.680$ は $n = 0$ プラズマ項の大きさ）：

モデル	高温	中間	$T \to 0$
プラズマ型	$+S_0$	減少	0
ドルーデ型、γ 一定	0	$-S_0$ 付近	0（$T \sim \gamma/(2\pi\omega_p^2 d)$ 以下で）
ドルーデ型、$\gamma \propto T^2$	0	$-S_0$	$-S_0$（定理が破れる）

破れの正体は、$\gamma \to 0$ と $T \to 0$ の二つの極限が交換しないことである。

5. 壁をフェルミオンで作る

5.1 模型

横応答には電流の向きとそれに垂直な波数が要るので、場を 1 次元増やした。

- 場：(x, z) 格子上のスカラー場（TE 配置の A_y に相当）。z 方向の波数を q とする。
- 壁：z 方向の強結合鎖を y 方向のホッピングでつないだ電子系、$\varepsilon(\mathbf{k}) = -2\cos k_y - 2\cos k_z$、$\mu = -1$。
- 電子を積分して得られる壁のポテンシャル：

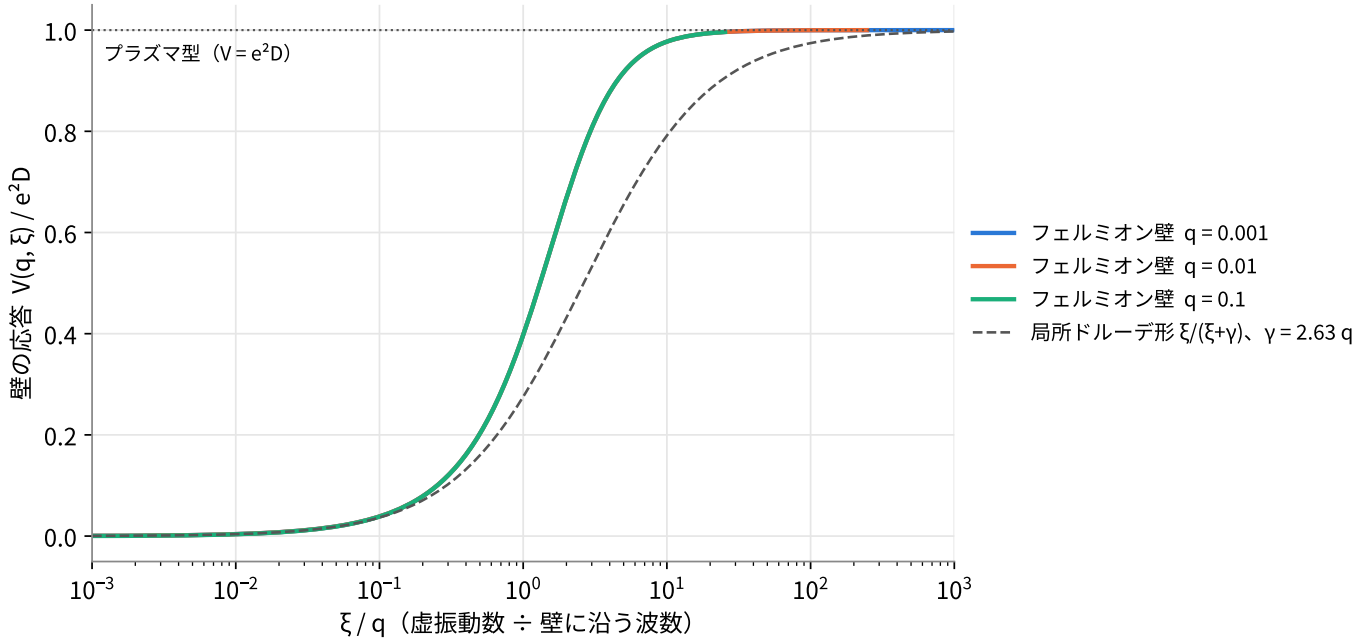
$$V(q,\xi) = e^2\,[D - \chi(q,\xi)]$$

$$D = -\langle K_y \rangle, \qquad \chi(q,\xi) = -\sum_{\mathbf{k}} v_y^2 \,\frac{(f_{\mathbf{k}} - f_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})\,(\varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})}{\xi^2 + (\varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})^2}$$

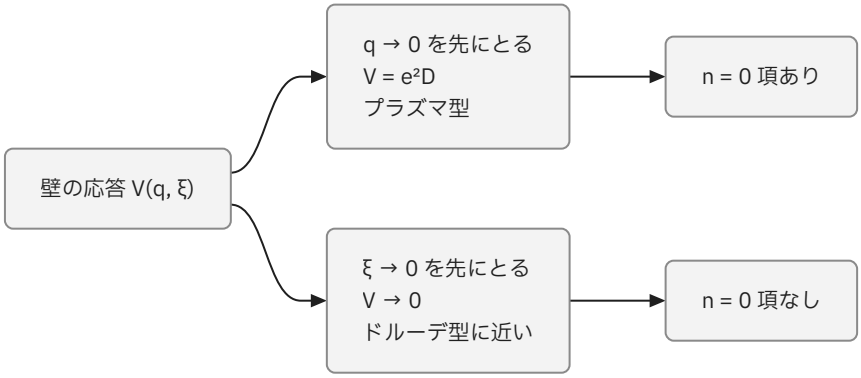
χ は 1 次元鎖のリンドハード関数の閉じた式を k_y について重ね合わせて計算した。手で入れたのは結合の強さ $e^2 D = 4$ だけである。

5.2 応答

図6　横リンドハード関数から求めた壁の応答（T = 0.001、μ = −1）

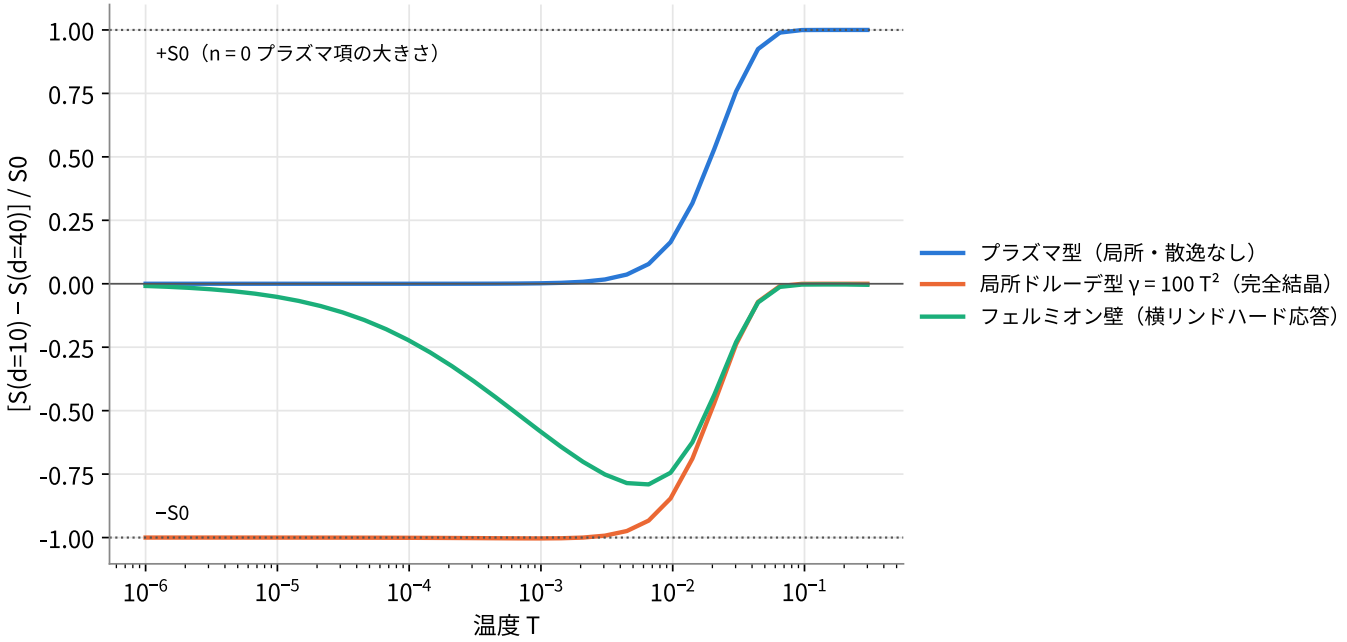


- 応答は ξ/q だけの関数になる。$\xi \gg q$ でプラズマ型、$\xi \ll q$ で $V \simeq 0.38\,e^2 D\,\xi/q$。
- 小さい ξ では、γ を $2.6\,q$ に置き換えたドルーデ型と同じ形である。この実効的な緩和はランダウ減衰で、温度に依存しない。
- $\xi = 0$ では $V = -0.030\,q^2\,e^2 D$ で、$q \to 0$ で厳密に 0 になる（ゲージ不変性）。



5.3 エントロピー

図7　壁をフェルミオンで作ったときのカシミール・エントロピー



温度 T	プラズマ型	局所ドルーデ型 $\gamma \propto T^2$	フェルミオン壁
0.1	$+1.00$	0.00	0.00
0.006	$+0.07$	-0.93	-0.79（最小）
10^{-4}	0.00	-1.00	-0.22
10^{-6}	0.00	-1.00	-0.009

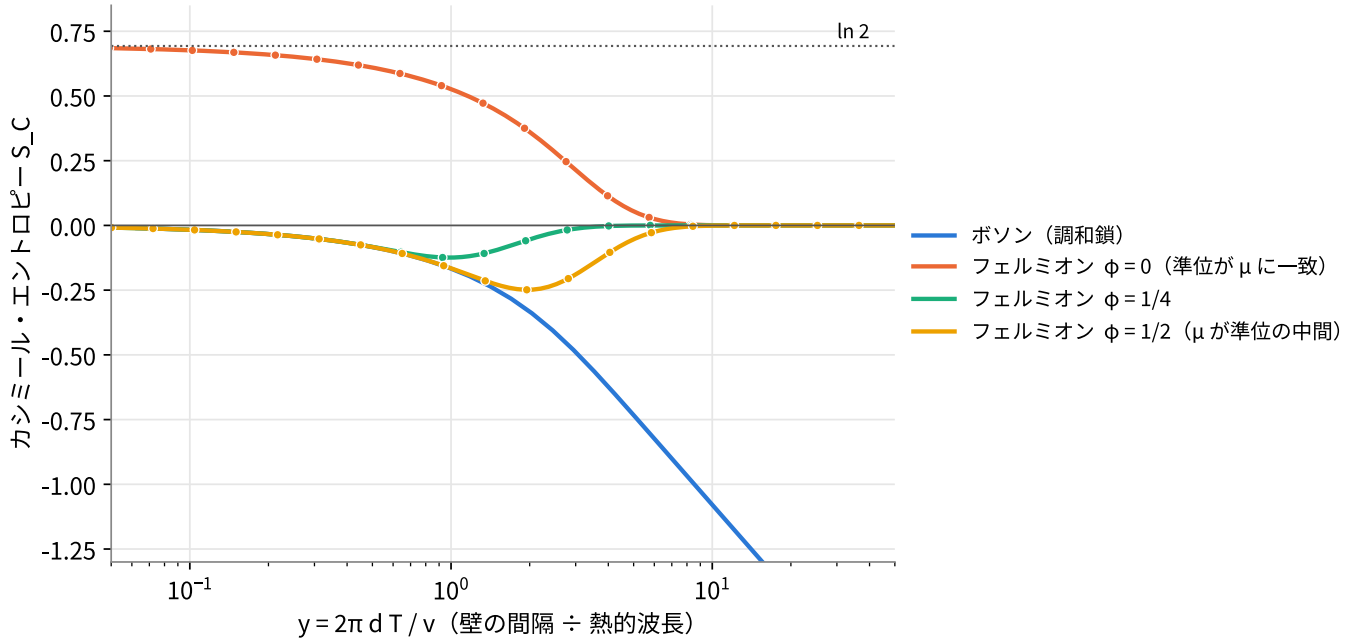
（単位は S_0。）緩和を入れない完全結晶のままで、エントロピー差は 0 に戻る。排他律が作る鋭いフェルミ面が、有限の q で任意に小さいエネルギーの粒子・正孔励起を許し、極限の非可換性を $q = 0$ の一点に閉じ込める。

6. カシミール・エントロピーの符号と統計

体積項と表面項を引いた残りを S_C とする。線形分散のフェルミオンでは閉じた式が得られ、格子の計算と小数 4 桁で一致した。

$$S_C = \sum_{m=1}^{\infty} \cos(2\pi m\varphi)\, \frac{L(my)}{m\,\sinh(my)}, \qquad L(x) = x\coth x - 1, \qquad y = \frac{2\pi d\,T}{v}$$

図8　カシミール・エントロピーの符号：ボソンとフェルミオン（線：解析式、点：格子）



- $\varphi = 1/2$（μ が準位の中間）：負。$y \approx 2$ で最小値 -0.25。
- $\varphi = 0$（準位が μ に一致）：正。$T \to 0$ で $\ln 2$。
- φ についての平均は厳密に 0。
- ボソンは全域で負。低温で $-\pi d T/(3v)$、高温で $-\frac{1}{2}\ln y$。

図9　負のエントロピー領域の地図

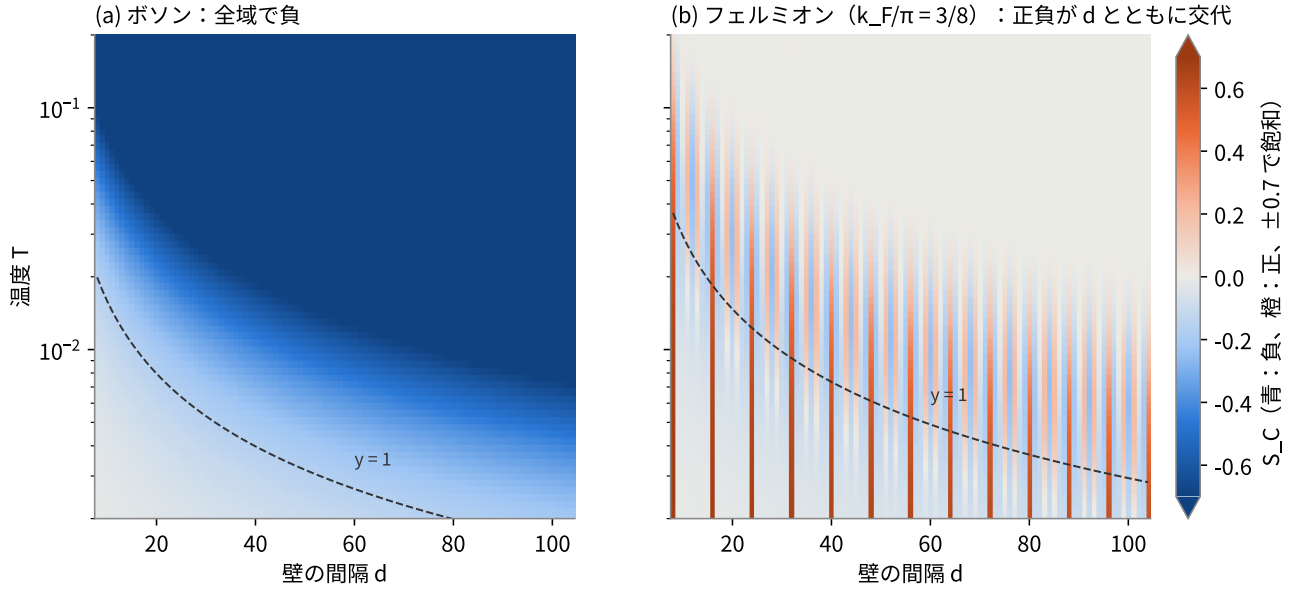
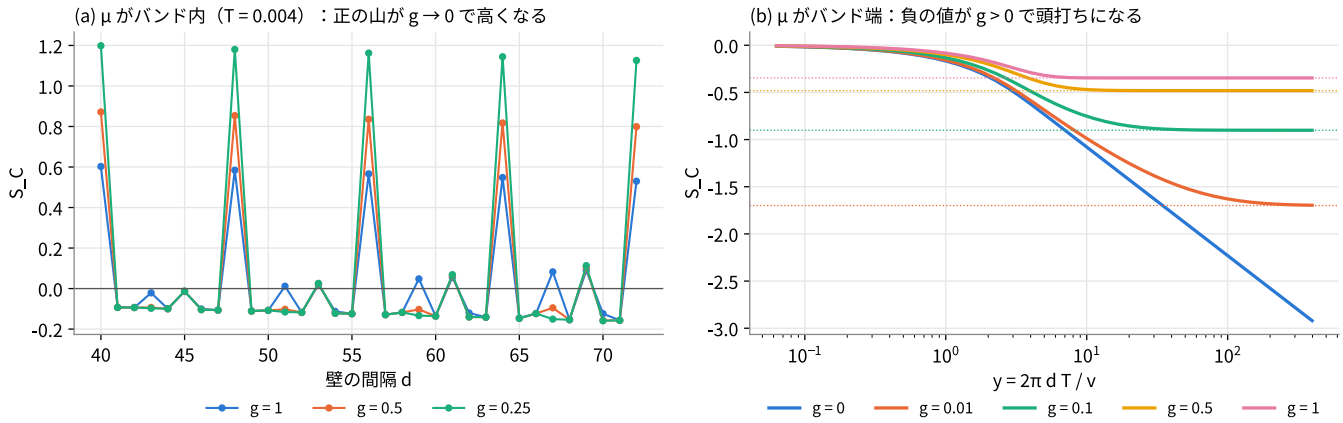


図10　排他統計 g によるカシミール・エントロピーの変化



- μ がバンド内にあるとき：負の谷の深さは g によらず、正の山だけが $g \to 0$ で高くなる。
- μ がバンド端にあるとき：$g > 0$ では S_C が $-\frac{1}{2}s_g(0)$ で頭打ちになる（$g = 1$ で $-\frac{1}{2}\ln 2$）。$g = 0$ だけが対数的に下がり続ける。

境界による減少と統計による減少は足し算にならない。排他律は、境界が取り除ける自由度の量を有限にし、その符号を位相に委ねる。

7. ネルンストの定理：熱力学の問題か、モデルの問題か

定理の前提は、(i) 熱平衡、(ii) ハミルトニアンのパラメータが温度によらない、(iii) 基底状態が巨視的に縮退していない、の三つである。

モデル	$T \to 0$ のエントロピー差	前提との関係
プラズマ型	0	満たすが、零周波数で $V \neq 0$
局所ドルーデ型、γ 一定	0	満たす
局所ドルーデ型、$\gamma \propto T^2$	$-S_0$	パラメータが温度に依存し、極限で縮退
フェルミオン壁	0	すべて満たす

- 残る $-S_0$ は、壁が拘束しなくなった零周波数モード 1 個分のエントロピーに等しい。文献では、準静的な渦電流状態の縮退（ガラスに似た状況）として解釈されている。
- プラズマ型は定理を満たすが、零周波数で横場を拘束するのは超伝導体の性質である。したがって定理はプラズマ型を選ぶ基準にならない。
- 未解決なのは、常伝導の金属が実験でプラズマ型のように見える理由である。これは熱力学ではなく物性の問題である。

8. 壁を超伝導にする

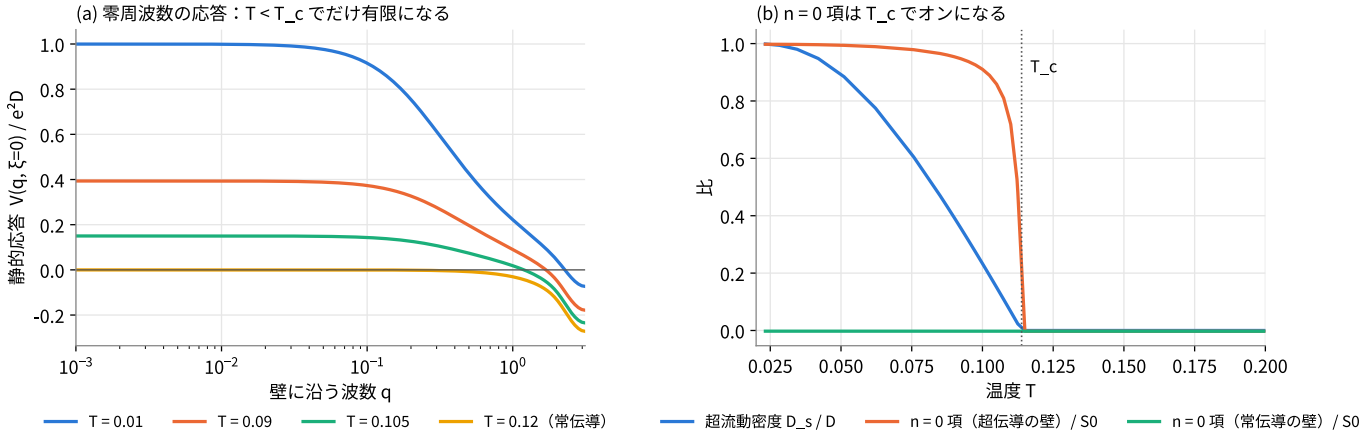
同じ電子系に s 波の引力を入れ、ギャップ $\Delta(T)$ をギャップ方程式から決めた（$\Delta_0 = 0.2$、$T_c = 0.114$、$\Delta_0/T_c = 1.757$）。準粒子エネルギーを $E = \sqrt{\xi_{\mathbf{k}}^2 + \Delta^2}$ として

$$\chi(q,\nu) = \sum_{\mathbf{k}} v_y^2 \left[l_1 \frac{f(E) - f(E')}{E' - E} \frac{(E'-E)^2}{(E'-E)^2 + \nu^2} + l_2 \frac{1 - f(E) - f(E')}{E + E'} \frac{(E+E')^2}{(E+E')^2 + \nu^2} \right]$$

$$l_1 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\xi\xi' + \Delta^2}{EE'}\right), \qquad l_2 = 1 - l_1$$

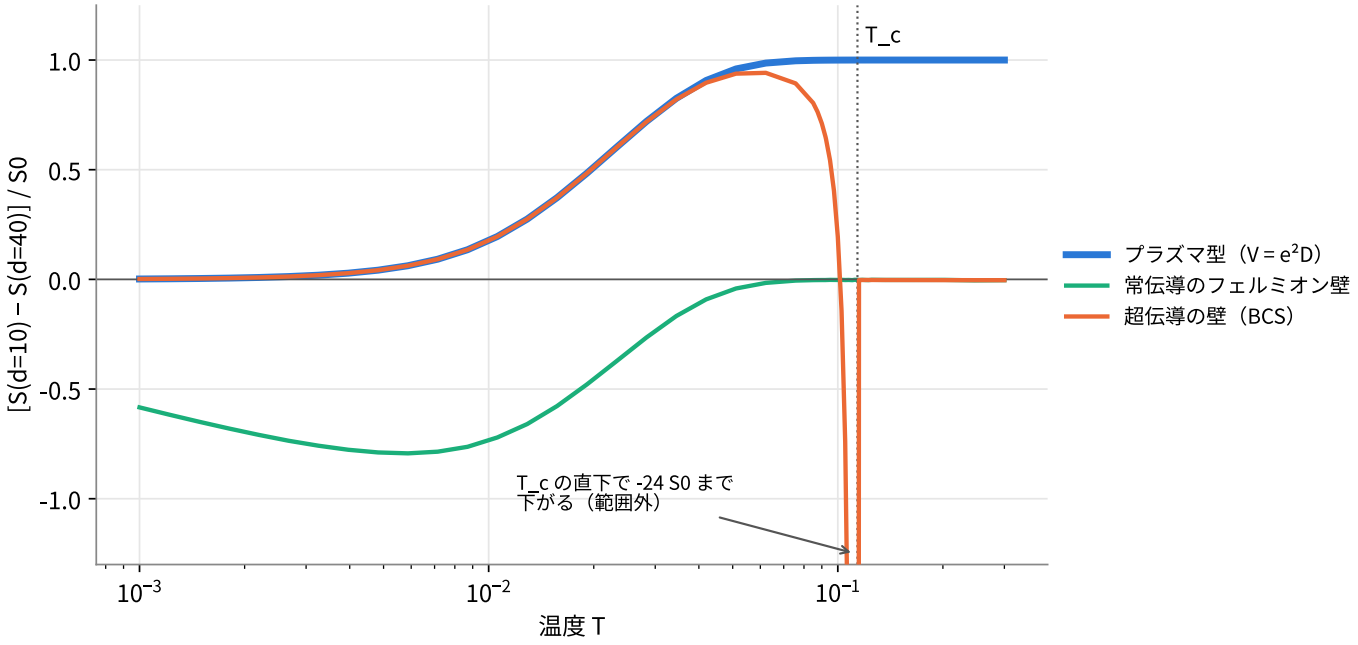
$q \to 0$、$\nu = 0$ で $V \to e^2 D_s$（超流動密度）となる。

図11　BCS 超伝導の壁（Δ0 = 0.2、T_c = 0.114）：マイスナー応答と n = 0 項



T	Δ	D_s/D	$n=0$ 項 $/S_0$
0.01	0.200	1.000	0.998
0.09	0.145	0.394	0.95
0.105	0.094	0.150	0.86
0.1125	—	0.023	0.48
$> T_c$	0	0	-0.003

図12　壁が超伝導のときのカシミール・エントロピー



- $n=0$ 項は T_c でオンになる。超流動密度が 2% でも半分近く回復する。
- $T \lesssim 0.05$ では、エントロピーはプラズマ型の曲線に重なる。
- T_c の直下に $-24\,S_0$ まで下がる鋭い山がある（平均場のギャップを使ったことによる）。

壁	$V(q\to 0,0)$	$n=0$ 項	$T\to 0$ のエントロピー差
プラズマ型（手で与えた）	e^2D	あり	0
常伝導（リンドハード）	0	なし	0（負の谷を経由）
超伝導（BCS）	e^2D_s	$T<T_c$ であり	0（プラズマ型と一致）

9. ボルツマン定数の役割

- k_B は常に k_BT または S/k_B の形でしか現れない。零温度の力は $\hbar c$ だけ、高温の力は k_BT だけで決まり、その間は無次元量 $y=2\pi d\,k_BT/(\hbar c)$ で決まる。
- S/k_B は数え上げそのものである（$\ln 2$、$-\frac{1}{2}\ln y$、$-S_0$）。高温のカシミール力は

$$F=-k_BT\,\frac{\partial \ln W}{\partial d}$$

と書ける。
- $\hbar$ は数え方を絶対にする（エントロピーの絶対値と第三法則）。
- 松原周波数 $\xi_n=2\pi n k_BT/\hbar$ は、虚時間が周期 $\hbar/(k_BT)$ を持つことを表す。長さ L の周期系のカシミール・エネルギー密度 $-\pi\hbar v/(6L^2)$ で $L=\hbar v/(k_BT)$ とおくと

$$f(T)=-\frac{\pi(k_BT)^2}{6\hbar v},\qquad s(T)=\frac{\pi k_B^2T}{3\hbar v}$$

となり、1 次元ボソン気体の自由エネルギー密度とエントロピー密度に一致する。零温度のカシミール力と熱放射のエントロピーは、空間と虚時間を入れ替えた同じ数である。

10. 動的カシミール効果とウンルー温度

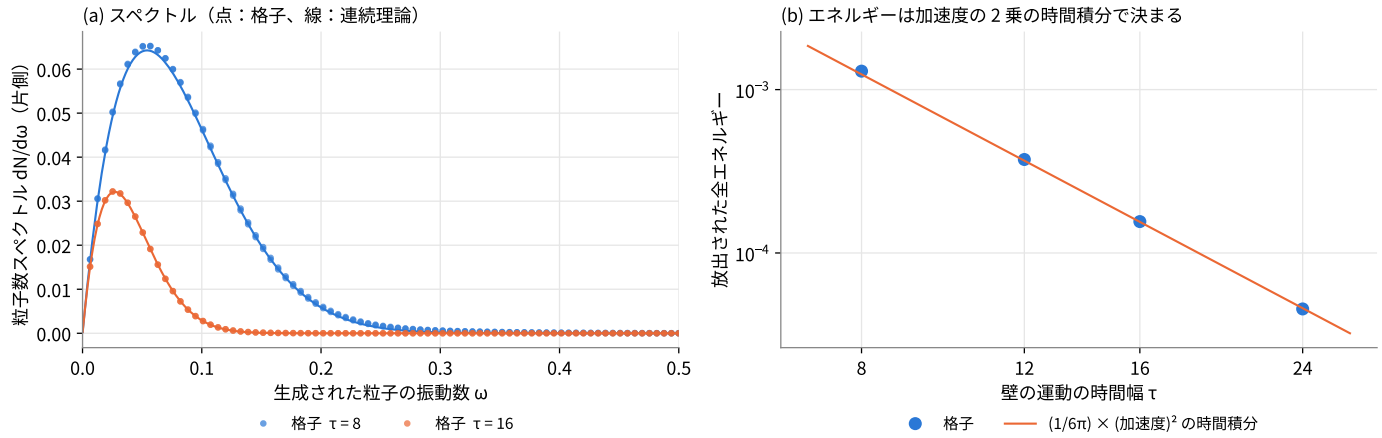
10.1 動く壁による粒子生成

1000 サイトの調和鎖の中で、壁（強いピン止めポテンシャル）を $z(t)=z_0+A\,e^{-t^2/2\tau^2}$（$A=3$）と動かし、ボゴリューボフ係数から生成粒子を数えた。連続理論の予言は

$$E=\frac{\hbar}{6\pi v^2}\int a(t)^2\,dt=\frac{A^2}{8\sqrt{\pi}\,\tau^3},\qquad N=\frac{A^2}{3\pi\tau^2}$$

（右の二つの等号はガウス型の軌道、$\hbar=v=1$ の場合。）

図13　動的カシミール効果：調和鎖の中で壁を動かして戻す（変位 3 サイト）



τ	E（格子）	E（理論）	N（格子）	N（理論）
8	1.297×10^{-3}	1.240×10^{-3}	1.520×10^{-2}	1.492×10^{-2}
12	3.73×10^{-4}	3.67×10^{-4}	6.65×10^{-3}	6.63×10^{-3}
16	1.557×10^{-4}	1.550×10^{-4}	3.71×10^{-3}	3.73×10^{-3}
24	4.54×10^{-5}	4.59×10^{-5}	1.62×10^{-3}	1.66×10^{-3}

スペクトルはプランク分布ではなく、壁の運動のフーリエ成分を映した形である。

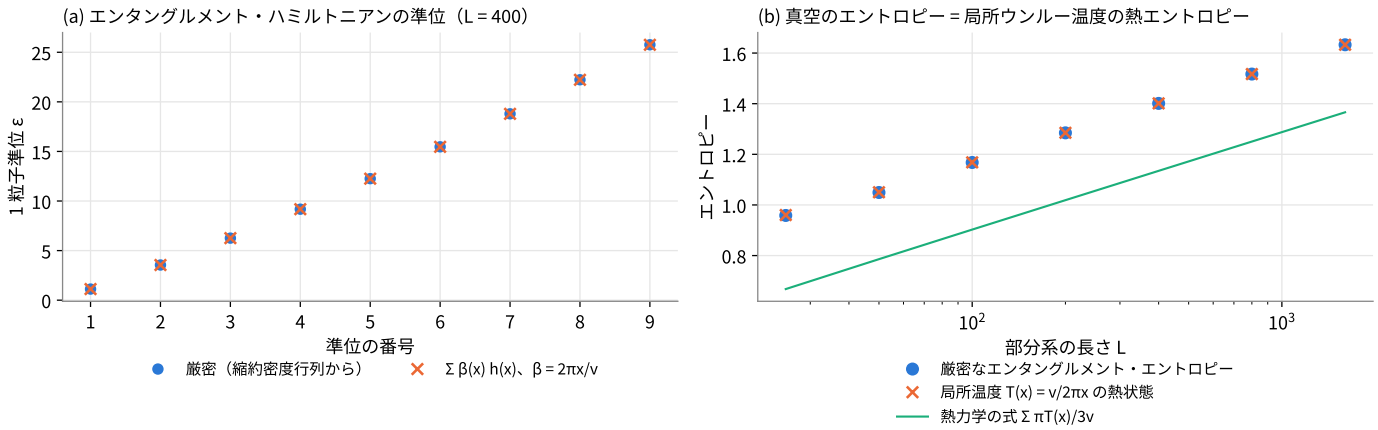
10.2 幾何から出る温度

半充填のフェルミオン鎖（$v=2$）の基底状態を中央で切り、縮約密度行列を

$$\rho_A \propto \exp\Big(-\sum_{x}\beta(x)\,h(x)\Big),\qquad \beta(x)=\frac{2\pi x}{v}$$

と比べた（x は切断面からの距離）。

図14　幾何から出る温度：フェルミオン鎖の真空を半分に切る



- 準位（$L=400$）：厳密 $1.1206,\ 3.5468,\ 6.2576,\ 9.1768$ に対し、熱状態 $1.1205,\ 3.5464,\ 6.2569,\ 9.1758$。
- エントロピー（$L=800$）：厳密 1.5170、熱状態 1.5171。L を 2 倍にするごとに $0.1157\approx\frac{1}{6}\ln 2$ 増える。
- 局所温度は

$$T(x)=\frac{\hbar v}{2\pi k_B x}=\frac{\hbar a}{2\pi v k_B},\qquad a=\frac{v^2}{x}$$

で、ウンルー温度である。

10.3 つなげなかった点

動く壁の放射が熱的になるには、ラピディティの変化が 2π を大きく超える必要があり、反射波は $e^{2\pi}\approx 535$ 倍を超える赤方偏移を受ける。格子には最大振動数があるので、数十万サイト以上の鎖が要る。今回の規模では熱的な領域に届かない。

11. 仮説と結果の対応

当初の仮説	結果
三つの力は一つの枠組みで扱える	成立（図1〜3）
フェルミオンにも単調なカシミール力がある	不成立。符号は位相で決まり、平均は 0
場のモードに散逸を入れると $n=0$ 項が変わる	不成立。厳密に不変
ドルーデ散逸は破れを和らげる	不成立。$n=0$ 項を消し、それが破れの原因
フェルミ統計が第三法則を救う	形を変えて成立。救うのはフェルミ面を介した非局所応答
境界と統計の二つの減少が重なり、負の領域が広がる	不成立。排他律は正負に振り分け、平均を 0 にする
プラズマ型はマイスナー応答があるときだけ現れる	成立（図11、12）
動く壁からの熱放射を格子で見られる	今回の規模では不可能。理由は定量的に説明できる

12. 限界と未解決の点

- 模型は 1 次元（壁の応答を扱う部分は場が 2 次元）で、電子間相互作用、表面の構造、壁の厚さは入っていない。
- 中間統計は準位ごとに独立な理想排他統計の近似である。
- 結果は化学ポテンシャル固定（大正準集団）のものである。粒子数を固定すると、フェルミオンの振動と $\ln 2$ の残留は変わるはずである。
- 超伝導は平均場近似で、ゆらぎと集団モードは入っていない。
- 常伝導の金属が精密測定でプラズマ型のように見える理由は、この模型では再現できない。
- 等確率で数える根拠、数え方の規則（統計）の起源、虚時間の周期が温度になる理由は、原理として残っている。

LIZARD LLC

第二部　動的カシミール効果を使った量子計算の機構

13. 出発点：使える資源

第一部の結果から、演算に使えそうな資源を三つ挙げた。

資源	根拠	評価
動的カシミール効果による光子対	図13	最も直接的。以下で検討
境界の位置で符号が変わる力	図2、図8	結合の切り替え手段の候補。未検討
超伝導転移でオンになる $n=0$ 項	図11	古典的なエントロピー力で、コヒーレンスを運ばない

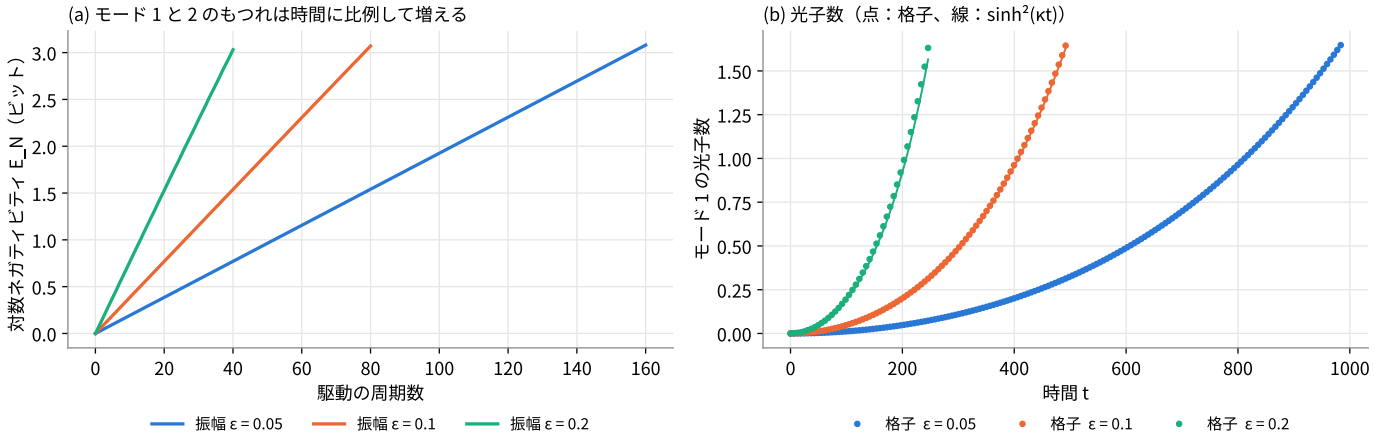
熱的な $n=0$ 項はエントロピー力なので、量子的なコヒーレンスを運ばない。演算に使えるのは、零温度に近い領域か、動的な効果に限られる。

14. もつれの生成率

14.1 格子での見積もり

長さ約 10 サイトの格子共振器の端を、振幅 ε、振動数 $\Omega=\omega_1+\omega_2$ で揺らし、モード 1 と 2 の間の対数ネガティビティ E_N を共分散行列から求めた。

図15　共振器の端を Ω = ω1 + ω2 で揺らしたときのもつれ生成（格子の共振器、長さ約 10 サイト）



振幅 ε	生成率 κ	1 周期あたりのもつれ	最終状態
0.05	0.00109	0.019 ビット	$E_N=3.08$、光子数 $1.65+1.65$
0.1	0.00216	0.038 ビット	$E_N=3.07$、光子数 $1.64+1.65$
0.2	0.00426	0.076 ビット	$E_N=3.03$、光子数 $1.63+1.64$

- もつれは時間に比例して増える：

$$E_N=\frac{2\kappa t}{\ln 2},\qquad \langle n\rangle=\sinh^2(\kappa t)$$

- 連続理論の有効ハミルトニアンから出る値

$$\kappa=\frac{\sqrt{2}}{6}\,\frac{\delta L}{L}\,\Omega\qquad(\text{モード 1 と 2 の対})$$

と比べて、格子の値は約 1 割小さいだけだった。
- 光子は二つのモードに同数ずつ現れ、純粋な 2 モードスクイーズド状態になる。

14.2 一般的な定式化

動く鏡に限る必要はない。共振器の光学的な長さを周期的に変えるものなら、同じ過程を起こす。境界の変調 $\varepsilon(t) = -\delta L/L$ は、境界での場の 2 乗に結合する。

$$H = \sum_k \hbar\omega_k\, a_k^\dagger a_k + \frac{\hbar\,\varepsilon(t)}{2}\Big[\sum_k \sqrt{\omega_k}\,\big(a_k + a_k^\dagger\big)\Big]^2$$

$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos\Omega t$、$\Omega = \omega_j + \omega_k$ のとき、対の生成率は

$$g = \frac{\varepsilon_0}{2}\sqrt{\omega_j \omega_k}$$

となる。$\delta L/L$ の中身は、鏡の位置、インダクタンス（ジョセフソン接合）、屈折率（カー効果）、境界のシートの伝導度のどれでもよい。この見方では、動的カシミール効果と光のパラメトリック下方変換は、同じ変換の別の実現である。

15. 損失と温度の条件

各モードがエネルギー減衰率 γ で熱浴（占有数 $\bar n$）につながっているとすると、圧搾される成分の分散 V（真空で $1/2$）は

$$\frac{dV}{dt} = -(\gamma + 2g)\,V + \gamma\Big(\bar n + \frac{1}{2}\Big)$$

$$V(t) = \Big(\bar n + \frac{1}{2}\Big)\left[\frac{\gamma}{\gamma+2g} + \frac{2g}{\gamma+2g}\,e^{-(\gamma+2g)t}\right]$$

に従う。ここから三つの条件が出る。

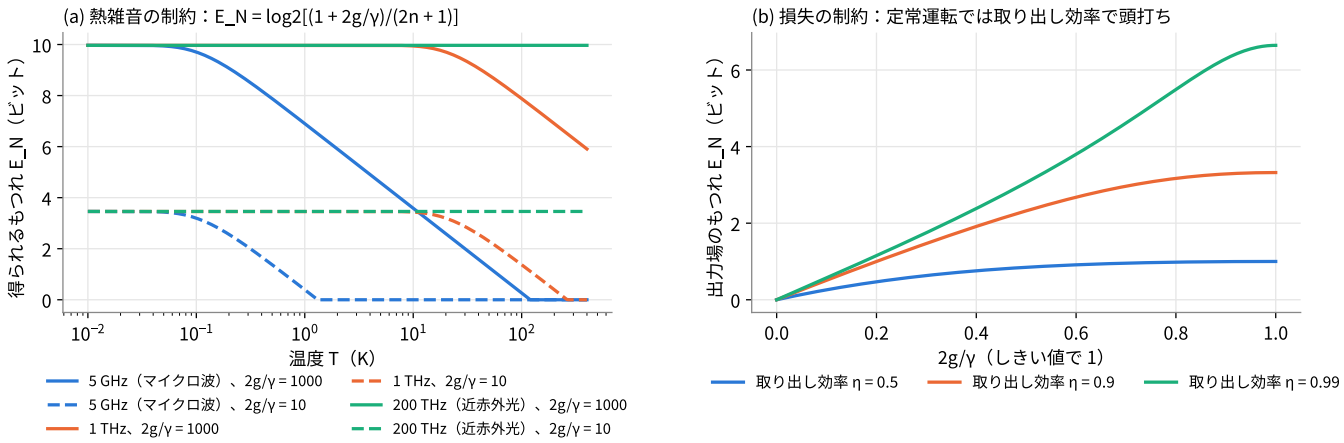
- もつれが生じる条件：$g > \bar n\,\gamma$
- 得られるもつれの上限：

$$E_N = \log_2 \frac{1 + 2g/\gamma}{2\bar n + 1}$$

- 取り出した場のもつれ（定常運転、$x = 2g/\gamma < 1$、取り出し効率 η）：

$$E_N = -\log_2\!\left[(2\bar n + 1)\Big(1 - \frac{4\eta x}{(1+x)^2}\Big)\right]$$

図16　連続理論による設計図：温度と損失がもつれをどこまで許すか



信号の振動数	$\bar{n} = 0.5$ となる温度	300 K での $\bar{n}$
5 GHz	0.22 K	1250
1 THz	44 K	5.8
200 THz（近赤外）	8700 K	10^{-14}

マイクロ波は希釈冷凍機が必須で、光の領域では室温でも熱雑音は問題にならない。

16. 素材の評価

16.1 基準：散逸のない応答

境界の応答に散逸があると、損失が増えるだけでなく、揺動散逸定理によって雑音も入る。第一部の区別がそのまま効く。

- プラズマ型（$V(q,0) \neq 0$、散逸なし）：超伝導体。インダクタンスとして境界条件を変えられる。
- ドルーデ型（散逸あり）：常伝導の金属、ドープした半導体、通常のグラフェン。応答が抵抗的で、吸収と雑音を持ち込む。

16.2 物理的な系への換算

以下は桁の見積もりで、$\delta L/L$ と損失の値は仮定である。

方式	$\delta L/L$	$\Omega/2\pi$	g	損失との比較
超伝導回路（SQUID で終端）	10^{-2}	10 GHz	10^{8} /s	損失（10^{4}〜10^{5} /s）を大きく上回る
機械的な鏡（ナノチューブ、グラフェン膜）	10^{-7}	1 GHz	10^{2} /s	損失に届かない
シリコン系の微小リング（レーザーで駆動）	$\delta n/n \approx 10^{-5}$	光	10^{9}〜10^{10} /s	$Q = 10^{6}$ の損失と同程度

16.3 素材ごとの位置づけ

素材	役割	評価
超伝導金属	共振器と変調素子の本体	不可欠
グラフェン、カーボンナノチューブ	電圧で制御するジョセフソン接合	増幅器として実証済み。非線形な損失の評価が鍵
希ガス（ネオン、ヘリウム）	非ガウス型の要素を担う電子の土台	強結合と 0.1 ms のコヒーレンスが実証済み
希ガス（アルゴン、キセノン）	光の方式での非線形媒質	ラマン散乱のない光子対の光源として実証済み
シリコン	基板、光回路	基盤技術
レーザー光	光の方式での駆動	案B の要素
ガリウム	—	この構成の中で固有の役割は見つからなかった

16.4 静的なカシミール力の非線形性

間隔 100 nm でのカシミール圧は約 13 Pa である。グラフェンの振動膜（質量 10^{-17} kg、30 MHz、零点振幅 0.17 pm）では、力の勾配は膜のばね定数を超えるほど強い。しかし、量子 1 個あたりの非線形な周波数のずれは 10^{-5} /s 程度で、減衰よりはるかに小さい。静的なカシミール力は振動数を調整する古典的な手段にはなるが、量子的な非線形素子にはならない。

17. 二つの構成案

	案A（マイクロ波、極低温）	案B（光、室温）
もつれの生成	超伝導共振器の端を SQUID またはグラフェン接合で変調	レーザーで駆動する微小共振器、または希ガスを満たした中空ファイバー
非ガウス型の要素	ジョセフソン接合、またはネオン上の電子	光子数を数える検出器
基板	シリコン	シリコン系の光回路
カシミール効果との関係	直接（境界条件、超伝導の応答）	類推の水準

18〜21 節で案A を検討し、22 節で案B と対比する。

18. クラスター状態の一括生成

18.1 原理

対の結合を行列 G で表し、回転波近似での相互作用を

$$H_I = i\hbar g \sum_{j<k} G_{jk}\left(a_j^\dagger a_k^\dagger - a_j a_k\right)$$

と書く。直交成分 $x=(a+a^\dagger)/\sqrt{2}$、$p=(a-a^\dagger)/(i\sqrt{2})$ について

$$x(t) = e^{gtG}\,x(0), \qquad p(t) = e^{-gtG}\,p(0)$$

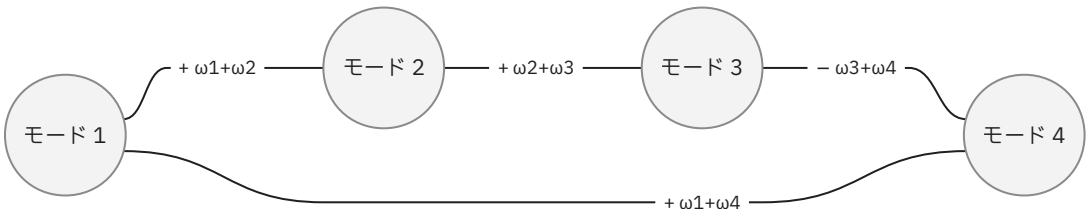
となる。G が対称で $G^2=1$ を満たすとき、

$$(1-G)\,x(t) = e^{-gt}(1-G)\,x(0), \qquad (1+G)\,p(t) = e^{-gt}(1+G)\,p(0)$$

が圧搾され、これがグラフ G のクラスター状態の条件（ヌリファイア）になる。

4 モードでは、一辺の符号を反転した正方形がこの条件を満たす。

$$G_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

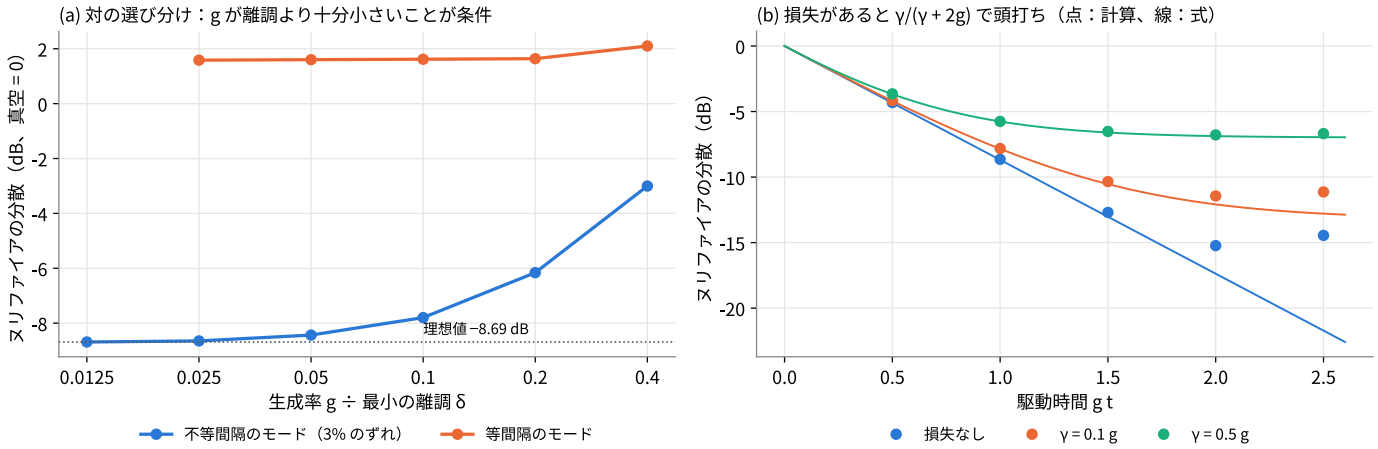


4 つの辺に対応する振動数で同時に変調し、一辺だけ位相を逆にする。各辺の変調の振幅は $\varepsilon_p = \sqrt{2}\,g/\sqrt{\omega_j\omega_k}$ である。途中の切り替えは要らない。

18.2 計算結果

8 モードの共振器を、回転波近似を使わずに時間発展させた。目標は $gt=1$ でヌリファイアの分散 -8.69 dB である。モードを等間隔から 3% ずらすと（$\omega_k \propto k + 0.03\,k(k-1)$）、最小の離調は $\delta = 0.04\,\omega_1$ になる。

図17　4 つの振動数で境界を同時に変調して作る正方形クラスター状態（8 モードの共振器）



g/δ	ヌリファイアの分散	余分なモードの光子数
0.0125	-8.69 dB	—
0.025	-8.65 dB	0.003
0.05	-8.43 dB	0.03
0.1	-7.80 dB	0.07
0.4	-3.00 dB	0.96
等間隔のモード	$+1.6$ dB（圧搾されない）	約 4

- 条件は $g \lesssim \delta/40$ である。
- 等間隔のモードでは、和が同じになる対を区別できず、クラスター状態にならない。
- 駆動を長く続けても、圧搾は $g/\delta = 0.025$ で -15 dB 付近で止まる。
- 損失があるときは 15 節の式に従う。$\gamma = 0.1g$ で -11.4 dB、$\gamma = 0.5g$ で -6.8 dB で頭打ちになる。

18.3 数値の例

$\omega_1/2\pi = 2$ GHz の超伝導共振器を想定した試算（Q の値などは仮定）。

項目	値
使うモード	2.0、4.1、6.4、8.7 GHz
変調の振動数	6.1、10.5、10.7、15.1 GHz
最小の離調 $\delta/2\pi$	80 MHz
生成率 $g/2\pi$	2 MHz
変調の深さ $\delta L/L$	約 0.1%
$gt = 1$ に要する時間	約 80 ns
損失による圧搾の上限（$Q = 10^5$）	約 -23 dB
熱光子（2 GHz、20 mK）	0.008 個

19. 拡張性

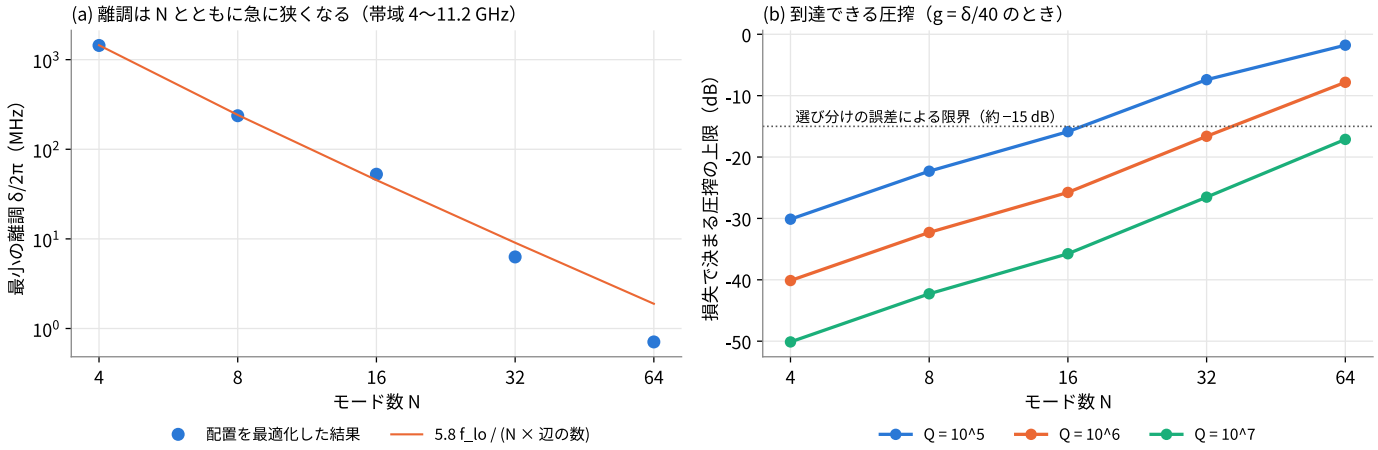
19.1 大きなグラフ

符号を付けた超立方体のグラフは、隣接行列の 2 乗が次元 d 倍の単位行列になる。重みを $1/\sqrt{d}$ にすれば $G^2 = 1$ を満たす。モード数は $N = 2^d$、辺の数は $(N/2)\log_2 N$ である。

19.2 離調の縮み方

帯域を下端の 2.8 倍（たとえば 4〜11.2 GHz）に取り、モードの配置を数値的に最適化した。

図18　一つの共振器でモード数を増やしたときの限界（超立方体グラフのクラスター状態）



モード数 N	変調の数	$\delta/2\pi$	$g/2\pi$（$\delta/40$）	15 dB に要する時間
4	4	1440 MHz	36 MHz	8 ns
8	12	237 MHz	5.9 MHz	46 ns
16	32	53 MHz	1.3 MHz	0.2 µs
32	80	6.3 MHz	0.16 MHz	1.7 µs
64	192	0.7 MHz	0.018 MHz	15 µs

離調はおよそ

$$\delta \approx \frac{5.8\, f_{\mathrm{lo}}}{N \times (\text{辺の数})} \propto \frac{1}{N^2 \log N}$$

に従う。N 個のモードから作れる和の振動数は約 $N^2/2$ 個あり、それが有限の帯域に詰まるためである。

19.3 検証と損失

最適化した配置での時間発展（$gt = 1$、理想値 -8.69 dB）：

N	$g = \delta/40$	$g = \delta/20$
4	-8.58 dB	-6.99 dB
8	-8.49 dB	-8.22 dB
16	-8.54 dB	-8.15 dB

損失で決まる圧搾の上限 $\gamma/(\gamma + 2g)$：

N	$Q = 10^5$	$Q = 10^6$	$Q = 10^7$
8	-22 dB	-32 dB	-42 dB
16	-16 dB	-26 dB	-36 dB
32	-7 dB	-17 dB	-27 dB
64	-2 dB	-8 dB	-17 dB

15 dB を保つ条件は、およそ $N \times (\text{辺の数}) \lesssim Q/100$ である。モード数は Q の平方根程度でしか増えない。

19.4 規模を広げる道

方式	内容	状況
周波数コム	等間隔のモードをそのまま使い、少数の変調で多数の対を同時に作る	マイクロ波で 64 モードの相関、7 モードの分離不可能性が報告されている
時間方向に並べる	一つの源から出る波束を遅延線で干渉させる	マイクロ波では損失の小さい遅延線が課題
モジュールをつなぐ	16 モード程度の共振器を単位として並べ、可変の結合器でつなぐ	未検討

20. 非ガウス型の要素

20.1 必要性

対の生成とモード間の光子の移動はガウス型の操作で、それだけでは古典計算機で効率よく模擬できる。万能な量子計算には非ガウス型の要素が要る。

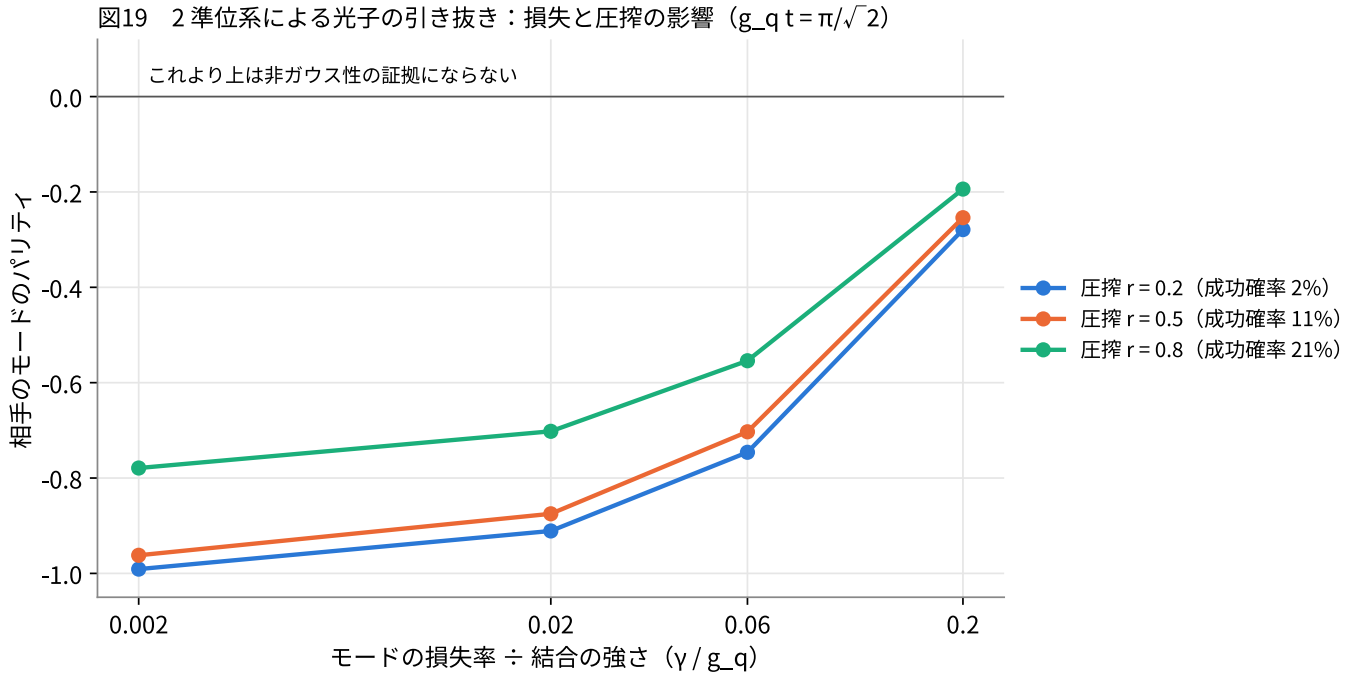
20.2 光子の引き抜き

もつれた対（モード a、b）の片方 a を、基底状態の 2 準位系に共鳴させる。

$$H = \hbar g_q \left(a\,\sigma_+ + a^\dagger \sigma_- \right)$$

$$|n, n, \mathrm{g}\rangle \;\to\; \cos\!\left(g_q \sqrt{n}\, t\right) |n, n, \mathrm{g}\rangle - i \sin\!\left(g_q \sqrt{n}\, t\right) |n-1, n, \mathrm{e}\rangle$$

2 準位系が励起状態で見つかったとき、モード b の光子数分布は $\lambda^{2n} \sin^2(g_q \sqrt{n}\, t)$（$\lambda = \tanh r$）に比例する。$g_q t = \pi/\sqrt{2}$ に選ぶと $n = 2$ の成分が消え、ほぼ光子 1 個の状態になる。判定には b のパリティ $\langle (-1)^n \rangle$ を使う。負ならウィグナー関数が原点で負になる。



圧搾 r	損失 γ/g_q	成功確率	パリティ
0.2	0.002	2.4%	-0.99
0.5	0.002	11%	-0.96
0.5	0.02	11%	-0.88
0.5	0.06	11%	-0.70
0.5	0.2	9%	-0.25
0.8	0.002	21%	-0.78

（2 準位系の緩和と位相緩和は $5 \times 10^{-4}\, g_q$ とした。影響は 1% 以下。）

20.3 時間の比較

$g_q/2\pi = 2$ MHz として：

過程	時間
16 モードのクラスター状態の生成（15 dB）	0.2 μs
光子の引き抜き（$g_q t = \pi/\sqrt{2}$）	0.18 μs
電子のコヒーレンス時間	約 100 μs
モードの寿命（6 GHz、$Q = 10^5$）	2.7 μs
モードの寿命（6 GHz、$Q = 10^6$）	27 μs

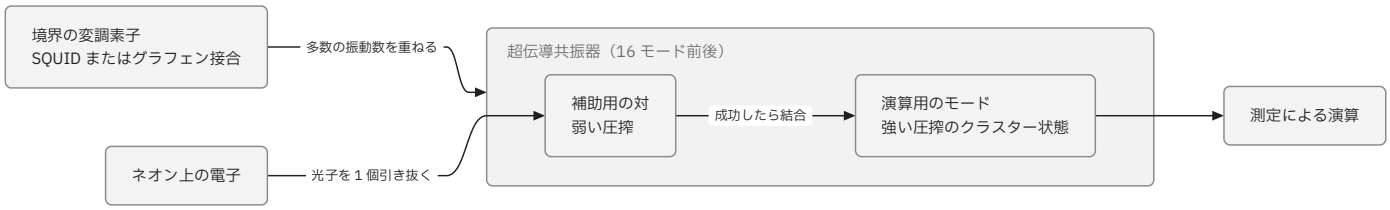
電子の側には十分な余裕がある。厳しいのは共振器で、$Q = 10^5$ では引き抜きの間だけでパリティが 1 割以上浅くなり、読み出しの間に状態を保つこともできない。現在のネオン上の電子の実験では、共振器の Q は 10^3〜10^4 である。

20.4 構成の修正

強い圧搾と良い非ガウス状態は、同じモードでは両立しない。

- 演算用のモード：強く圧搾したクラスター状態。
- 補助用のモード：弱く圧搾した対（$r \approx 0.2$〜0.5）から、電子で光子を引き抜いて非ガウス状態を作る。成功したものだけをクラスター状態に結合させる。

多数の振動数で変調する方式は辺ごとに強さを決められるので、この使い分けは変調の振幅の設定だけで実現できる。



21. 誤り訂正の見積もり

21.1 目標とする水準

誤り耐性に必要な圧搾の水準は、方式ごとに計算されている。

方式	必要な圧搾
初期の方式	14.8〜20.5 dB
アナログ情報を表面符号の誤り訂正に使う方式（Fukui ら）	9.8 dB
クラスター状態のゲート雑音まで含めた方式（Larsen ら）	12.7 dB

以下では 9.8 dB と 12.7 dB を目安にする。

21.2 手順と必要な回数

出発点は境界の変調で作った圧搾状態で、一方向（p）にはすでに鋭い。もう一方向（x）に格子状の山を立てるために、2 準位系を使った位相推定を繰り返す。1 回ごとに、2 準位系の状態に応じた変位 $e^{i2\sqrt{\pi}\,x}$ をモードにかけ、2 準位系を読み出す。結果に応じて確率分布に

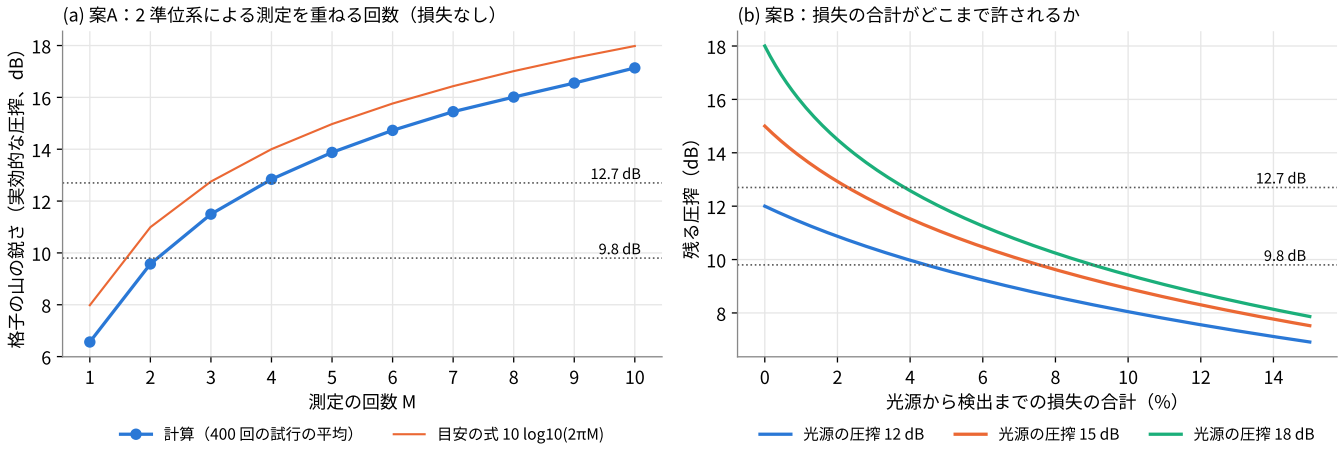
$$|\psi(x)|^2 \;\to\; |\psi(x)|^2 \cos^2\!\Big(\sqrt{\pi}\,x + \frac{\phi}{2}\Big) \quad \text{または} \quad |\psi(x)|^2 \sin^2\!\Big(\sqrt{\pi}\,x + \frac{\phi}{2}\Big)$$

がかかる。ϕ は現在の位相の推定値から、山が傾きの最大の点に来るように選ぶ。山の鋭さは

$$\sigma^2 = -\frac{\ln\left|\langle e^{i2\sqrt{\pi}x}\rangle\right|}{2\pi}, \qquad \text{実効的な圧搾} = -10\log_{10}(2\sigma^2)\ \text{dB}$$

で測る。

図20　誤り耐性のしきい値（文献値 9.8 dB、12.7 dB）に届く条件



損失なしの計算（400 回の試行の平均）：

測定の回数 M	1	2	3	4	5	7	10
山の鋭さ（dB）	6.6	9.6	11.5	12.8	13.9	15.5	17.1

- 9.8 dB には 3 回、12.7 dB には 4 回で届く。
- 目安の式 $10\log_{10}(2\pi M)$ より 1〜1.5 dB 低い。
- 回数が少なくて済むのは、片方向の鋭さを圧搾状態が最初から持っているからである。

21.3 損失の条件

1 回の間にモードが失う光子の割合を ℓ とすると、両方向の分散に $\ell/2$ ずつ加わる。p 方向は測定で鋭くならないので

$$\sigma_p^2(M) \simeq \tfrac{1}{2}\,10^{-s_0/10} + M\,\frac{\ell}{2}$$

と、回数に比例して鈍る（s_0 は出発点の圧搾）。

目標	回数	出発点の圧搾	1 回あたりの損失の上限	必要な Q（6 GHz、1 回 1 μs）
10 dB	3	13 dB	1.7%	2×10^{6}
12.7 dB	4	15 dB	0.55%	7×10^{6}
15 dB	7	18 dB	0.23%	2×10^{7}

必要な Q は 1 回の時間に比例する。

21.4 現状との比較

超伝導の空洞とトランズモンの組み合わせでは、格子状態の生成と誤り訂正がすでに行われている。Sivak らは利得 2.27 ± 0.07 を示し、状態は $\Delta = 0.34$（圧搾に直すと約 9.4 dB）だった。部品の寿命は、トランズモンが 295 μs、空洞の位相コヒーレンスが 1030 μs である。

案A の非ガウス型の要素は、ネオン上の電子ではなくトランズモンを使えば、しきい値の手前まで来ている。ネオン上の電子で状態に応じた変位を行った報告は、知る限りない。

22. 案A と案B の対比

22.1 案B の損失の予算

光の方式では、光源で作った圧搾が、導波路、結合部、検出器を通る間に薄まる。透過率を η とすると

$$V_{\text{out}} = \eta V_{\text{in}} + \frac{1-\eta}{2}$$

光源の圧搾	9.8 dB を保てる損失	12.7 dB を保てる損失
12 dB	4.4%	不可能
15 dB	7.6%	2.3%
18 dB	9.0%	3.9%

これは 1 回あたりではなく、経路の全体での予算である。

現状：2025年に、窒化シリコンのチップ上で GKP 状態を生成したという報告がある（圧搾状態の生成、線形光学、効率 99% を超える光子数識別検出器を使用）。生成は確率的で、状態の質はまだしきい値に届いておらず、主な制限要因は光の損失とされている。

22.2 同じ基準での対比

基準	案A（マイクロ波、極低温）	案B（光、室温のチップ）
もつれの生成率	10^6〜10^8 /s	10^9〜10^{10} /s
熱雑音	20 mK 以下が必須	問題にならない
損失の予算	1 回あたり 0.5〜1.7%	合計で 2〜8%
非ガウス型の要素	2 準位系で決定的に行える	光子数の検出で確率的に行う
格子状態の到達点	約 9.4 dB、誤り訂正で利得 2.27	しきい値に未到達
一つの素子のモード数	16〜32	時間方向に並べて拡張できる
大規模化の道	モジュールの接続（未検討）	チップの量産と光ファイバーでの接続
カシミール効果との関係	直接	類推
素材	超伝導金属、グラフェン接合、ネオン、シリコン基板	レーザー、シリコン系の導波路、希ガス入りファイバー

- 両案とも、最終的な制約は損失である。予算の形が違い、案A は 1 回の操作の間、案B は経路の全体で決まる。
- 案A は状態の質で先行し、案B は規模と製造で先行している。
- 案A では境界に散逸がないこと（超伝導）が、案B では媒質に吸収がないこと（低損失の導波路、希ガス）が、同じ役割を果たす。

22.3 動的カシミール効果が加えるもの

- 既存の方式（空洞とトランズモン）は、真空から出発して 2 準位系だけで格子状態を作る。
- 境界の変調を加えると、圧搾状態を先に用意できるので、測定の回数を 3〜4 回に減らせる。
- 多数の振動数で変調すれば、複数のモードのクラスター状態を同じ素子で一度に作れる。

動的カシミール効果は演算装置の本体ではなく、既存の超伝導の方式に圧搾ともつれを高速に供給する部品として位置づけるのが妥当である。境界の変調で作った圧搾状態から格子状態を作る組み合わせの実証は、知る限りまだない。

23. 全体の評価

要素	状況
境界の変調による光子対の生成	実証済み（2011年）
生成された場のもつれ	実証済み（弱い正の値）
多モードのもつれ（周波数コム）	実証済み
グラフェン接合による電圧制御の変調素子	増幅器として実証済み
ネオン上の電子と共振器の強結合	実証済み
多数の振動数を重ねたクラスター状態の一括生成	計算のみ（今回の検討）
電子による光子の引き抜きと非ガウス状態	計算のみ（今回の検討）
空洞とトランズモンによる格子状態と誤り訂正	実証済み（約 9.4 dB、利得 2.27）
圧搾状態から数回の測定で格子状態を作る手順	計算のみ（今回の検討）
光のチップ上での格子状態の生成	実証済み（しきい値には未到達）
一つの素子への統合	未実証

未解決の課題（重要だと考える順）：

1. 共振器の Q 値：誤り訂正の水準では 2×10^6〜7×10^6 が必要である（21.3 節）。ネオンと電子を載せた状態でこれを保てるか。
2. 確率的であること：引き抜きの成功確率は 2〜20% である。
3. 万能性：光子を 1 個引き抜いた状態だけでは足りない。誤り訂正に使える格子状態には、状態に応じた変位と読み出しを 3〜4 回重ねる必要があり、これをネオン上の電子で行えるかは未確認である。
4. 強い変調と電子の共存：6〜20 GHz の変調が電子の捕獲や準位に与える影響は未検討である。
5. 規模：一つの共振器は 16 モード前後が限度である。

24. 限界

- 14.2 節の結合の模型は理想的な境界の場合である。実際の SQUID では接合自体の非線形性があり、多数の変調を重ねると混変調による不要な過程が加わるはずである。
- モードの配置は任意に設計できると仮定した。$N = 32$ では周波数の誤差を 0.1% 以下に抑える必要がある。
- 超立方体グラフのクラスター状態が、測定による計算にどこまで使えるかは評価していない。
- 損失は全モードで一様とし、取り出しと測定の効率は入れていない。
- 16.2 節、18.3 節、20.3 節の数値は、仮定を含む桁の見積もりである。
- 21　節の計算は損失なしの理想的な位相推定で、損失の条件は分散の足し算による見積もりである。損失を入れた数値計算も試みたが、フィードバックの設計が不十分で信頼できる結果にならなかったため、採用していない。
- 2 準位系の読み出しの誤り、状態に応じた変位の精度と所要時間は入れていない。「1 回 1 μs」は仮定である。
- しきい値の値は方式に依存する。文献の数値を目安として使っただけで、今回の構成に対するしきい値を計算したわけではない。
- 案B の評価は、損失の式と報道・要旨に基づくもので、案A のような独自の計算はしていない。チップは室温で動くと報じられているが、この種の検出器は通常、極低温に冷やして使うものだと記憶している（未確認）。
- クラスター状態の構成法の出典（Menicucci らによるものと記憶している）は、原典を確認していない。

付録 A：計算コード

`code/` に収録した。

第一部

ファイル	内容
`lattice.py`	ボソン鎖、フェルミオン鎖、排他統計のピストン
`drude.py`	散逸つきの松原和（場の散逸、壁の応答）
`fermiwall.py`	フェルミオン壁の横リンドハード応答と自由エネルギー
`entropy_sign.py`	カシミール・エントロピーの符号と解析式
`scwall.py`	BCS 超伝導の壁
`dce.py`	動く壁による粒子生成
`bw.py`	半分に切った鎖の縮約密度行列
`plots*.py`、`run7.py`、`run10.py`	図の作成と温度掃引

第二部

ファイル	内容
`dce_ent.py`	周期駆動した格子共振器でのもつれ生成
`continuum_design.py`	損失と熱雑音の入出力理論、図16
`cluster4.py`、`cluster4_scan.py`	4 モードの正方形クラスター状態
`scaling.py`、`scaling_band.py`	離調の縮み方、モード配置の最適化
`cluster_general.py`	任意のグラフでのクラスター状態生成
`nongauss.py`、`nongauss_run.py`	2 準位系による光子の引き抜き
`gkp_grid.py`	位相推定の繰り返しによる格子状態の生成
`plots_ent.py`、`plots_scaling.py`、`plots_ng.py`、`plots_gkp.py`	図の作成

付録 B：参照した文献

第一部

- V. M. Mostepanenko, "Casimir Puzzle and Casimir Conundrum: Discovery and Search for Resolution" — https://arxiv.org/abs/2104.01460
- G. L. Klimchitskaya, V. M. Mostepanenko, "Current status of the problem of thermal Casimir force" — https://arxiv.org/abs/2204.06290
- "Recent solution to the Casimir puzzle awaits its experimental confirmation" — https://arxiv.org/abs/2506.14955
- J.-S. Wang, "Beyond the Drude model: surface and non-local effects in near-field radiative heat transfer and the Casimir puzzle" — https://arxiv.org/abs/2502.10656
- F. Intravaia, C. Henkel, "Casimir interaction from magnetically coupled eddy currents" — https://arxiv.org/abs/0903.4771
- C. Henkel, F. Intravaia, "On the Casimir entropy between 'perfect crystals'" — https://arxiv.org/abs/0911.3489
- F. Intravaia, S. Å. Ellingsen, C. Henkel, "Casimir-Foucault interaction: Free energy and entropy at low temperature" — https://arxiv.org/abs/1005.1630

本文中で名前だけ挙げた文献（Bezerra ら、Bimonte、Svetovoy と Esquivel、Fisher と de Gennes、Hertlein ら、Johnson、Leinaas と Myrheim、Haldane、呉）は、議論の中で記憶に基づいて引いたもので、原典の確認はしていない。

第二部

- C. M. Wilson ほか, "Observation of the dynamical Casimir effect in a superconducting circuit" — https://arxiv.org/abs/1105.4714
- B. Schneider ほか, "Experimental Test of the Entanglement of Radiation Generated by the Dynamical Casimir Effect"（講演要旨） — https://iasprogram.hkust.edu.hk/201604casimir/doc/Abs_Ben%20Schneider.pdf
- D. E. Bruschi ほか, "Towards universal quantum computation through relativistic motion" — https://arxiv.org/abs/1311.5619
- B. Peropadre ほか, "Dynamical Casimir Effect for Gaussian Boson Sampling" — https://arxiv.org/abs/1610.07777
- S. W. Jolin ほか, "Multipartite entanglement in a microwave frequency comb" — https://arxiv.org/abs/2112.12105
- G. Butseraen ほか, "A gate-tunable graphene Josephson parametric amplifier" — https://arxiv.org/abs/2204.02175
- J. Sarkar ほか, "Quantum noise limited microwave amplification using a graphene Josephson junction" — https://arxiv.org/abs/2204.02103
- M. A. Finger ほか, "Raman-free, noble-gas-filled PCF source for ultrafast, very bright twin-beam squeezed vacuum" — https://arxiv.org/abs/1505.00606
- X. Zhou ほか, "Single electrons on solid neon as a solid-state qubit platform" — https://arxiv.org/abs/2106.10326
- X. Zhou ほか, "Electron charge qubits on solid neon with 0.1 millisecond coherence time" — https://arxiv.org/abs/2210.12337
- J. Wang ほか, "Fast coherent control of a charge qubit on solid neon with a spin-qubit-compatible resonator" — arXiv:2605.31185
- K. Fukui ほか, "High-threshold fault-tolerant quantum computation with analog quantum error correction" — https://arxiv.org/abs/1712.00294
- M. V. Larsen ほか, "Fault-tolerant continuous-variable measurement-based quantum computation architecture" — https://arxiv.org/abs/2101.03014
- V. V. Sivak ほか, "Real-time quantum error correction beyond break-even" — https://arxiv.org/abs/2211.09116
- B. L. Brock ほか, "Quantum Error Correction of Qudits Beyond Break-even" — https://arxiv.org/abs/2409.15065
- Xanadu によるチップ上の GKP 状態の生成（2025年、Nature）の報道 — https://quantumcomputingreport.com/?p=34659